

## 강자기 소용돌이의 단조화 운동 유도 및 수치 검증

김준연 · 최석봉\*

서울대학교 물리천문학부, 서울특별시 관악구 신림9동 산56-1, 151-742

(2008년 7월 21일 받음, 2008년 8월 8일 최종수정본 뱉음)

본 논문에서는 수 백 나노미터 크기의 자성 소자에서 존재하는 강자기 소용돌이 구조의 운동에 대한 이론을 제시한다. LLG 방정식으로부터 유도된 운동방정식, 즉 Thiele 방정식에 그 이후 밝혀진 이론적 결과들을 도입하여 강자기 소용돌이의 감쇠 단조화 운동방정식을 도출하였다. 이러한 운동방정식으로부터 감쇠 단조화 운동의 고유 진동수와 감쇠 상수를 나타내는 수식을 유도하였으며, 유도된 수식을 micromagnetic 시늉 실험을 통하여 검증하였다.

**주제어** : 강자기 소용돌이, 소용돌이 동역학, 단조화 운동, 미소자기 시늉실험

### I. 서 론

수백 나노미터 크기의 강자기 소자에서는 소용돌이 형태의 스핀 배열구조가 흔히 관찰되는데, 이러한 스핀 배열 구조를 강자기 소용돌이라고 부른다. 외부 자기장 하에서 강자기 소용돌이의 중심은 수백 MHz에서 수 GHz 진동수의 원운동을 하게 된다[1, 2]. 이러한 강자기 소용돌이의 운동은 란다우-리프쉬츠-길버트(LLG) 방정식의 변형된 형태인 Thiele 방정식으로 기술할 수 있다[3]. 이후 Huber와 Guslienko에 의해서 Thiele 방정식의 각 항에 대한 수식이 구체적으로 제시되었다 [4-7]. 이러한 수식을 바탕으로 본 저자들에 의해 각 항의 유효성이 수치적으로 검증된 바 있다[8]. 또한, 강자기 소용돌이 운동이 감쇠 단조화 운동방정식으로 기술됨을 보였다. 본 논문에서는 시료의 크기와 두께에 따른 단조화 운동의 고유 진동수와 감쇠 상수의 모델을 제시한다. 또 제시된 모델을 수치 시늉 실험을 통해 검증하였다.

### II. 고유진동수와 감쇠 상수 유도

Thiele의 방정식에 자성 소자의 원형 경계 조건을 도입하면, 강자기 소용돌이 중심은 아래와 같은 감쇠 단조화 운동방정식의 형태로 유도된다[8].

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2x = 0 \quad (1)$$

여기서, 감쇠 상수  $\beta$ 와 단순 단조화 운동의 고유 진동수  $\omega_0$ 는 각각

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{kD}{G^2 + D^2} \\ \omega_0^2 = \frac{k^2}{G^2 + D^2} \end{array} \right. \quad (2)$$

이다. 감쇠 단조화 운동의 고유 진동수인  $\omega_1$ 은  $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2$  가 된다. 또  $G$ 는 자이로벡터(gyrovector)  $\vec{G}$ 의 z축 성분,  $D$ 는 감쇠 텐서(dissipation tensor)  $\overset{\leftrightarrow}{D}$ 의 대각 성분이다[3]. 이 때 자이로벡터  $\vec{G}$ 는 박막 평면에 수직한  $z$  성분만 가지며, 아래와 같이 주어진다.

$$\vec{G} = G_0 t_f \hat{z} \quad (3a)$$

이때  $G_0 = 6.004(M_s/|\gamma|)$ 이다. 여기서,  $|\gamma|$ 는 회전 자기비(gyromagnetic ratio),  $M_s$ 는 포화 자화값(saturation magnetization)이며  $t_f$ 는 시료의 두께이다. 한편 원형 판 자성 소자에서 감쇠 텐서  $\overset{\leftrightarrow}{D}$ 의 비대각(non-diagonal) 성분은 모두 0이며 대각 행렬 성분만 남게 된다[4]. 감쇠 텐서  $\overset{\leftrightarrow}{D}$ 의 대각 성분을  $D$ 라고 하면

$$D = D_0 t_f [2 + \ln(R/R_c)]. \quad (3b)$$

이다. 이 때  $D_0 = -(\alpha\pi M_s/|\gamma|)$ 이다. 여기서  $\alpha$ 는 길버트 감쇠 상수,  $R$ 은 비깥 반지름이며 두께 의존 소용돌이  $R_c$ 는  $t_f \geq L_e$ , 인 경우  $R_c = 0.68L_e(t_f/L_e)^{1/3}$ 이며 교환 길이(exchange length)  $L_e$ 는  $L_e = (2A/M_s^2)^{1/2}$ 로 주어진다[7].

외부 자기장에 의해 강자기 소용돌이의 중심부가 평형 위치에서  $\dot{x}$  만큼 이동하게 될 때, 강자기 소자는

$$U = U(0) + \frac{1}{2}kx^2 + O(x^3) \quad (4)$$

\*Tel: (02) 880-9254, E-mail: sugbong@snu.ac.kr

의 포텐셜 에너지를 갖게 된다. 이 때 탄성 상수  $k$ 는

$$k = \frac{M_s^2 \pi t_f}{\chi_0(l, t_f)} \quad (5)$$

로 주어진다[5]. 여기서  $\chi_0(l, t_f)$ 은 강자기 소용돌이의 초기 감수율이며,  $l$ 은 시료의 크기이다.

식 (2)의 고유 진동수와 감쇠 상수를 식 (3)과 식 (5)를 적용하여 시료의 크기와 두께에 대한 식으로 표현하면 아래와 같은 식이 된다.

$$\omega_1 = \frac{k(l, t_f) G_0 t_f}{G_0^2 t_f^2 + D_0^2 t_f^2 [2 + \ln(l/2R_c)]^2} \quad (6a)$$

$$\beta = \frac{k(l, t_f) D_0 t_f [2 + \ln(l/2R_c)]}{G_0^2 t_f^2 + D_0^2 t_f^2 [2 + \ln(l/2R_c)]^2} \quad (6b)$$

### III. 수치적 해석

강자기 소용돌이의 감쇠 단조화 운동 모델의 검증을 위해 시늉실험을 수행하였다. 시늉실험을 위해 사용한 프로그램은 위에서와 같이 NIST에서 제공하는 미소자기 시늉실험 프로그램 oommfd[9]. 사용된 시료는 육면체의 코발트이며 포화 자화값( $M_s$ )은  $M_s = 1.4 \times 10^6 \text{ A/m}$ , 교환 상수( $A_x$ ; exchange stiffness)는  $A_x = 3.0 \times 10^{-11} \text{ J/m}^2$ 였다. 단위 셀(unit cell)의 크기는 4 nm 였다. 단위 셀의 형태는 정육면체이며 시늉 실험의 오차를 줄이기 위해 II장 이론에서 제시된 원형 판 대신 육면체로 시늉 실험을 수행하였다. 이론적으로 시료의 두 형태로 인한 물리 현상의 차이는 무시할 수 있다. 시늉 실험과 II장 이론의 맞춤(fitting)에서 길버트 감쇠 상수는 0.05 였다. 모양 자기 이방성은 자기 소거 마당(demagnetization field)에 포함되어 시늉 실험에서 고려되었다. 또 코발트는 결정상에서 결정 자기 이방성은 매우 작아서 무시하였다. 시늉 실험은 시료의 크기와 두께를 바꿔가면서 수행하였다. 시료의 크기에 따른 시늉 실험에서는 시료의 크기를 400 nm × 400 nm에서 2 μm × 2 μm로 바꿔가면서 수행하였다. 이 때 먼저 5 mT의 자기 마당을 10 ns 동안 가해주었다. 그리고 자기 마당을 소거시킨 후 감쇠 단조화 운동의 진동수와 감쇠 상수를 얻었다. 시료의 두께에 대한 실험에서는 시료의 크기는 400 nm × 400 nm로 고정해 둔 채, 시료의 두께를 8 nm에서 40 nm로 바꿔가면서 시늉 실험을 하였다. 이 때도 앞에서와 같이 5 mT의 자기 마당을 10 ns 동안 가해준 후, 감쇠 단조화 운동의 진동수와 감쇠 상수를 얻었다.

Fig. 1은 800 nm × 800 nm × 20 nm 크기의 시료에 5 mT의 자기 마당을 10 ns 동안 가했다가 소거한 후의 시간에 따른 강자기 소용돌이의 자화값이다. Fig. 1(a)에서는 식 (1)이 예

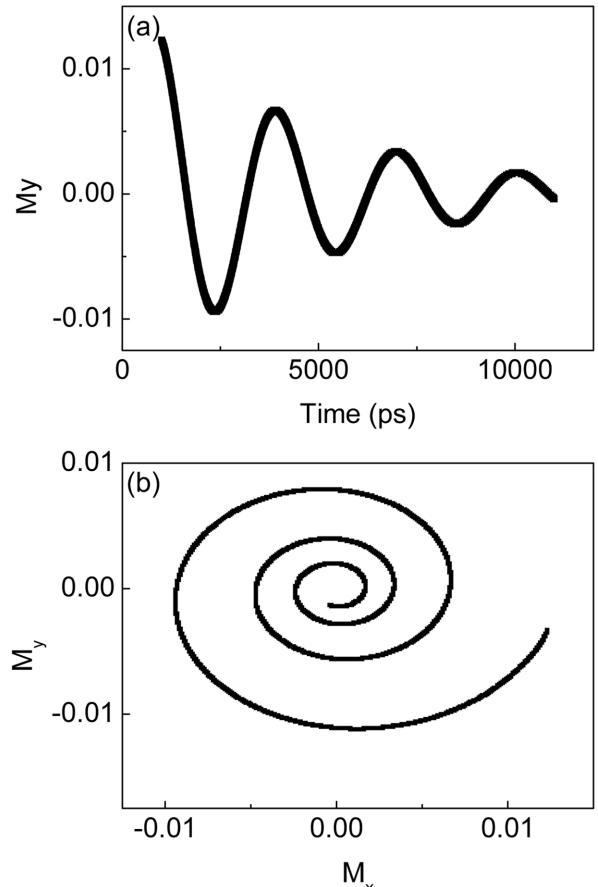
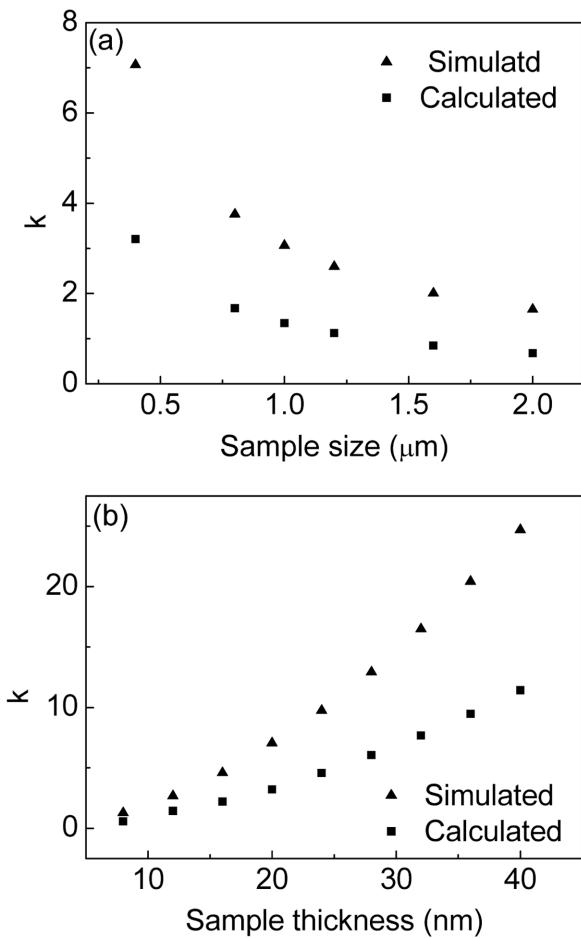


Fig. 1. (a) Trajectory with time. (b) Spiral trajectory of magnetization vector.

측한 대로 강자기 소용돌이가 감쇠 단조화 운동을 하는 것을 보여준다. 평면 성분 각각이 감쇠 단조화 운동을 함에 따라 강자기 소용돌이 중심부는 Fig. 1(b)에서 보여지는 것과 같이 와선(spiral)의 궤적을 따르는 운동을 하게 된다. 이러한 감쇠 단조화 운동은 Guslienko 등의 논문에서 보여진 바 있다[6].

고유 진동수와 감쇠 상수에 대한 관계식 식 (6)에는 감수율  $\chi_0(l, t_f)$ 이 포함되어 있다. 감수율  $\chi_0(l, t_f)$ 의 시료의 크기와 두께에 대한 관계식을 구하기 위하여 시늉 실험을 수행하여 탄성 상수  $k$ 를 구하였다. 그러나 이와 같이 구한 탄성 상수  $k$ 는 Fig. 2에서와 같이 시늉 실험으로 구한 고유 진동수와 감쇠 상수를 식 (6)에 대입하여 구한 값보다 약 2배 가량 더 크다. 이것은 식 (5)의 탄성 상수  $k$ 의 정의가 원형 판의 시료에 관한 것이기 때문이다. 이러한 점을 고려하여 탄성 상수  $k$ 의 관계식을 구한다. 시료의 크기에 따른 감수율은 시료의 두께를 20 nm로 고정하고 시료의 크기를 바꿔가며 시늉 실험을 수행하였다. 시료의 크기에 따른 감수율  $\chi(l, t_f)$ 는 시료의 크기에 비례하며  $\chi(l, t_f) = 3.56l + 0.404$ 가 된다. 시료의 두께에 따른 감수율은 시료의 크기를 400 nm × 400 nm로 고

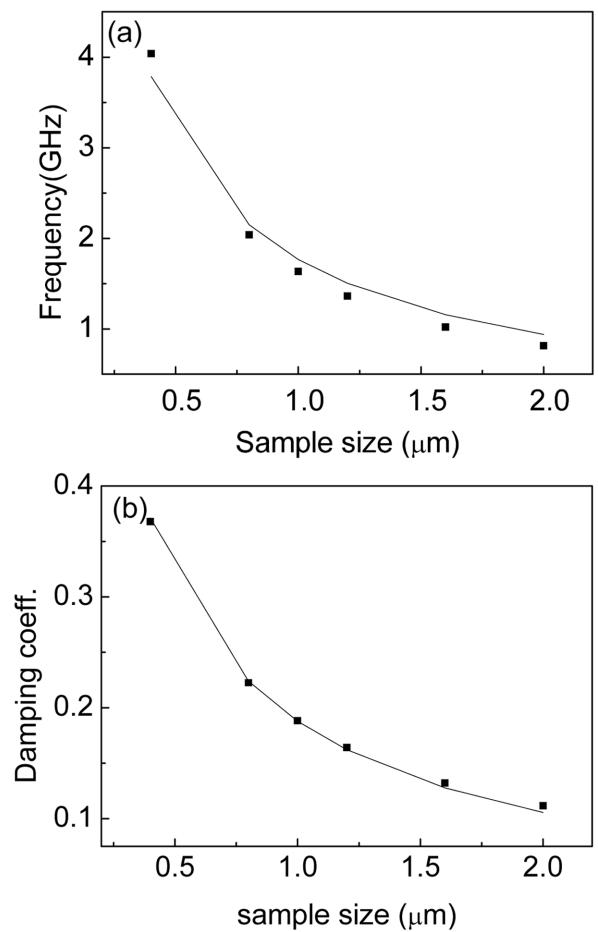


**Fig. 2.** (a) Elastic constant with sample size. (b) Elastic constant with sample thickness. Result from simulation (triangle) and calculated from eq. (6) (square).

정하고 시료의 크기를 바꿔가며 시늉 실험을 수행하였다. 시료의 두께에 따른 감수율은  $\chi(l, t_f) = 6.803e^{-0.1088t_f} + 0.965$ 가 된다. 식 (5)에 따라 탄성 상수는  $k = (M_s^2 \pi t_f / 2 \chi(l, t_f))$ 이다.

Fig. 3의 (a)와 (b)는 각각 시료의 크기에 따른 고유 진동수와 감쇠 상수 시늉 실험 결과와 이것을 식 (6)으로 맞춘 (fitting) 것이다. 이 그림에서와 같이 시늉 실험을 통하여 얻은 결과가 식 (6)에서 예측하는 결과와 거의 일치한다. 이 때 이론적으로 맞춘 값은 식 (3)에서 얻은  $G$ 와  $D$ 값을 이용하였다. 시료의 크기가 커짐에 따라 고유 진동수와 감쇠 상수가 감소하는 것을 볼 수 있다. 즉 시료의 크기가 커지면 커질수록 강자기 소용돌이의 중심부는 빨리 처음의 평형 상태 위치로 돌아가게 되며 원운동 속도는 빠르게 된다. 시료가 두꺼워질수록 Fig. 2의 (b)에 의하면 탄성 상수가 커진다. 따라서 시료가 두꺼워질수록 고유 진동수도 증가한다. 또 식 (2)와 같이 소용돌이 운동의 감쇠는 탄성 상수와 양의 상관 관계를 가진다. 따라서 시료가 커질수록 천천히 평형점에 도달하게 된다.

Fig. 4의 (a)와 (b)는 각각 시료의 두께에 따른 고유 진동

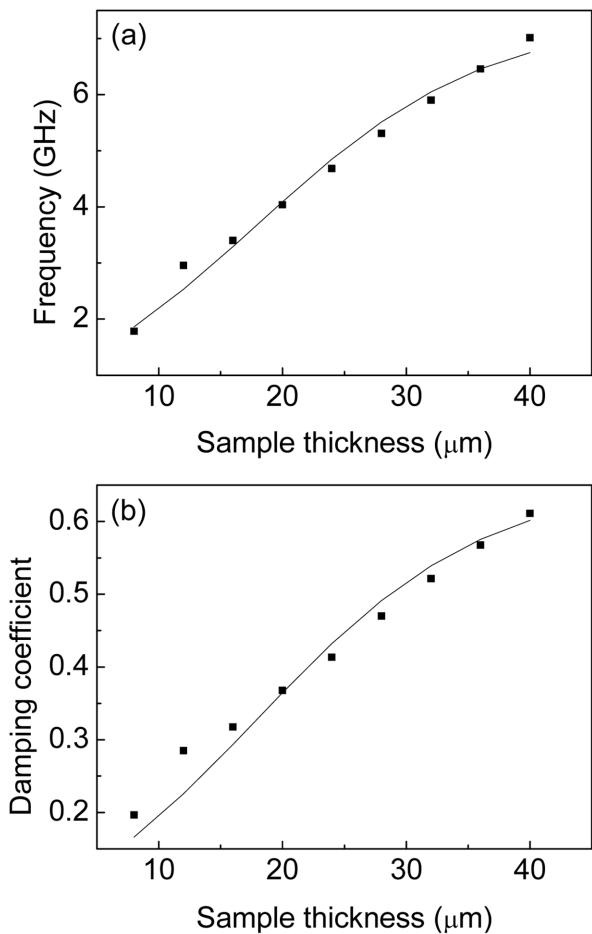


**Fig. 3.** Result from simulation (square dot) and fitting value calculated from equation (6) (solid line) (a) Frequency with magnetic vortex's size. (b) Damping coefficient with magnetic vortex's size.

수와 감쇠 상수 시늉 실험 결과와 이것을 식 (7)로 맞춘 것이다. 이 때도 시늉 실험을 통하여 얻은 결과와 식 (7)에서 얻은 결과가 거의 일치하였다. 이 때 이론적으로 조정한 값은 식 (3)에서 얻은  $G$ 와  $D$ 값을 이용하였다. 시료의 두께가 증가함에 따라 고유 진동수와 감쇠 상수 모두 증가한다. 즉 시료의 두께가 두꺼워지면 두꺼워 질수록 강자기 소용돌이의 중심부는 빨리 처음의 평형 상태 위치로 돌아가게 되며 원운동 속도는 빠르게 된다. 시료가 두꺼워질수록 Fig. 2의 (b)에 의하면 탄성 상수가 커진다. 따라서 시료가 두꺼워질수록 고유 진동수도 증가한다. 또 식 (2)와 같이 소용돌이 운동의 감쇠는 탄성 상수와 양의 상관 관계를 가지므로 시료가 두꺼워질수록 빨리 평형점에 도달하게 된다.

#### IV. 결 론

강자기 소용돌이 감쇠 단조화 운동의 고유 진동수와 감쇠 상수를 시료의 크기와 두께에 대한 수식 표현을 제시하였다.



**Fig. 4.** Result from simulation (square dot) and fitting value calculated from equation (7) (solid line) (a) Frequency with magnetic vortex's thickness. (b) Damping coefficient with magnetic vortex's thickness.

또 시료의 크기와 두께에 따른 고유 진동수와 감쇠 상수를 시험을 통하여 고찰 하였고, 이론적으로 얻어진 시료의 크기와 두께에 의존하는 고유 진동수와 감쇠 상수를 시험으로 검증하였다.

### 감사의 글

이 연구는 한국과학재단의 국가지정연구실사업(R0A-2007-000-20032-0)의 지원을 받아 수행된 연구이며 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- [1] V. Novosad, M. Grimsditch, K. Yu. Guslienko, P. Vavassori, Y. Otani, and S. D. Bader, Phys. Rev. B, **66**, 052407 (2002).
- [2] J. P. Park, P. Eames, D. M. Engebreston, J. Berezovsky, and P. A. Crowell, Phys. Rev. B, **67**, 020403(R) (2003).
- [3] A. A. Thiele, Phys. Rev. Lett., **30**, 230 (1973).
- [4] D. L. Huber, J. Appl. Phys., **53**, 1899 (1982).
- [5] K. Yu. Guslienko, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi, Appl. Phys. Lett., **78**, 3848 (2001).
- [6] K. Yu. Guslienko, B. A. Ivanov, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi, J. Appl. Phys., **91**, 8037 (2002).
- [7] K. Yu. Guslienko, Appl. Phys. Lett., **89**, 022510 (2006).
- [8] J. Kim and S.-B Choe, J. Magnetics, **12**(3), 113 (2007).
- [9] <http://math.nist.gov/oommf/>

## Derivation and Numerical Verification of Harmonic Oscillatory Description of Ferromagnetic Vortex Motion

Junyeon Kim and Sug-Bong Choe\*

Department of Physics and Astronomy, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

(Received 21 July 2008, in final form 8 August 2008)

We report a theoretical description of ferromagnetic vortex motion in sub-micrometer size magnetic thin film. Based on Thiele's equation combined with later theoretical achievements, we derive the analytic description of dynamics of ferromagnetic vortex core as a damped harmonic oscillatory motion. Consequently, the relations about frequency and damping constant in damped harmonic oscillation are presented. The validity of the results is verified through micromagnetic simulation.

**Keywords :** ferromagnetic vortex, vortex dynamics, harmonic oscillation, micromagnetic simulation