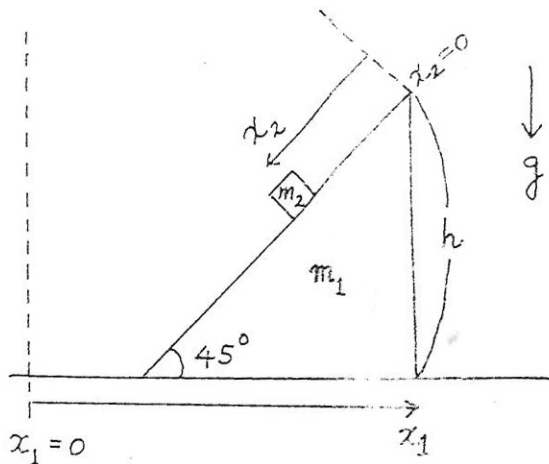


물리학과 대학원 자격시험

역학, 전자기 문제 P1

1982.8.21

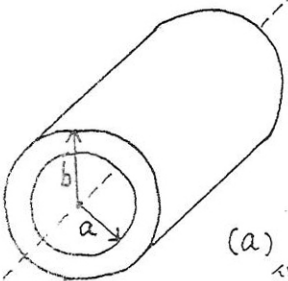
1.



그림과 같이 질량이 m_2 인 물체가, 수평면 위를 미끄러지는 질량 m_1 인 물체의 사면을 따라서 미끄러져 내려오고 있다. 마찰은 무시하고, 이 계에 작용하는 힘은 중력뿐이라고 할 때, 일반화 좌표 x_1 및 x_2 를 사용하여

- 이 계의 라그랑지안을 구하시오.
- 이 계에 대한 운동방정식을 구하시오.
- 가속도 $\ddot{x}_1$, $\ddot{x}_2$ 를 구하고, 질량이 m_1 인 물체의 높이를 h 라 할 때, 질량 m_2 인 물체가 사면을 끝까지 내려오는 동안 m_1 인 물체가 수평으로 이동한 거리 x_1 을 구하시오. 단 $t=0$ 일 때 물체 m_1 과 m_2 는 각각 $x_1=0$, $x_2=0$ 에 있고 또한 계는 정지하고 있었다고 가정하시오.

2.



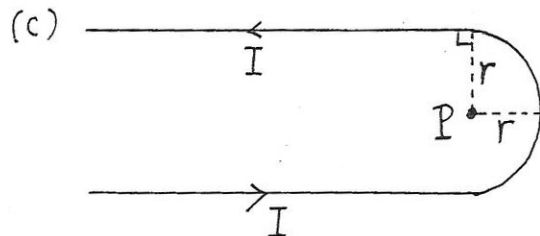
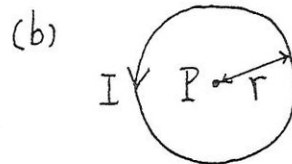
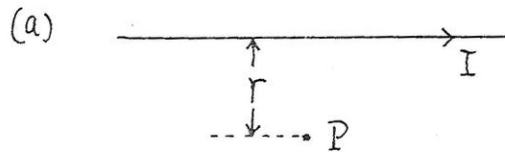
그림과 같이 내경이 a , 외경이 b 이고 질량이 M 인 균질한 원통형 bearing 이 있다.

- 이 bearing 의 중심축에 대한 moment of inertia 를 구하시오.

(b) 이 bearing 이, 반경이 a 보다 작은 고정되어 있는 수평한 축에 얹혀져서 이 축 주위를 회전한다고 하고, bearing 의 중심축은 움직이지 않는다고 가정하라. bearing 과 이 고정축이 접하는 면 사이의 마찰계수가 μ 일 때 bearing 과 이 축이 접하는 위치를 구하시오.

(c) 위와 같은 회전에서 초기 각속도가 ω 일 때, 각운동에 대한 운동방정식을 세우고, 마찰에 의하여 bearing 이 정지할 때까지 몇 바퀴를 회전하는지 계산하시오.

3. 다음과 같은 각각의 경우 P 점에서 의 자장을 구하시오.



* 참고 : Maxwell 방정식 *

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

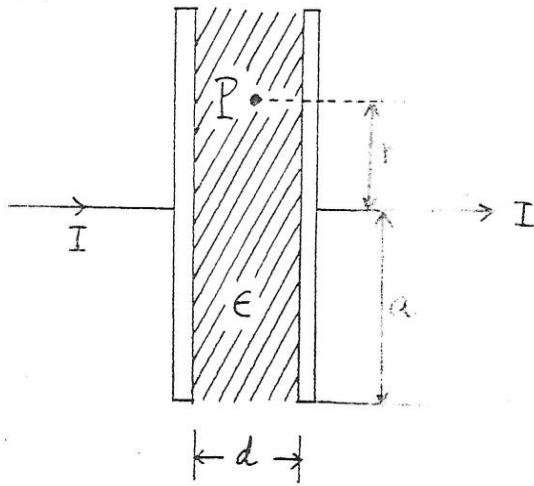
$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

물리학과 대학원 자격시험

영향, 전자기 문제 P2

1982.8.21

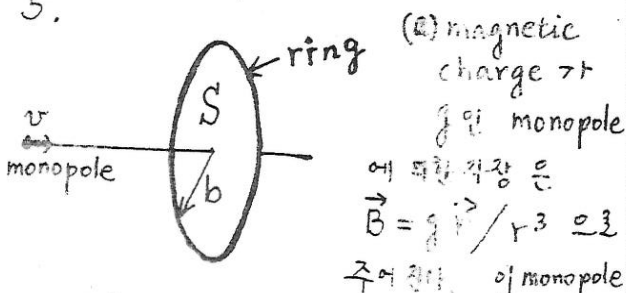
4.



반경 a 인 두개의 원형판이 그림처럼 d 만큼 떨어져서 capacitor를 이루고 있다. 이 capacitor가 일정한 전류 I 에 의해 충전되고 있고 이것을 채우고 있는 유전체는 완전 부도체라고 가정하자.

- P점에서의 전장 $\vec{E}$ 를 시간의 함수로 표시하시오.
- P점에서의 자기장 $\vec{H}$ 를 구하시오.
- P점에서의 Poynting vector 의 크기와 방향을 구하시오.
- capacitor 중심에서 r까지 이르는 부피내에 축적된 전자기학 에너지의 시간에 대한 변화량이 이 부피를 이루고 있는 표면전위를 채우는 Poynting vector의 양과 같음을 보이시오.

5.



(a) magnetic charge가 g 인 monopole 에 의한 전장은 $\vec{B} = g\vec{r}/r^3$ 으로 주어진다. 이 monopole

이 그림처럼 반경 b 인 ring의 중심을 지나서 비 상대론적 속도 v ($=$ 일광속도) 로 지나간다 하자. 이 monopole이 ring을 이루는 면 S 를 통과하는 시간들 $t=0$ 로

정한다. 이 monopole에 의해서 S 를 통과하는 magnetic flux Φ_m 은

$$\Phi_m = 2\pi g \left[1 - 2\theta(t) + \frac{vt}{\sqrt{v^2 t^2 + b^2}} \right] \quad (A)$$

$$\theta(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 0 \\ 1 & \text{for } t > 0 \end{cases}$$

이 됨을 보이시오.

(b) magnetic monopole이 존재한다면, 고전 맥스웰 방정식의 $\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$ 는 $\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_m$ 으로 고쳐 써야 한다. 여기서 $\vec{j}_m$ 은 magnetic charge에 의한 current density이다.

(a)에서 고려한 경우를 생각하면 $\vec{B}$ 는 monopole에 의한 것과 ring에 induced된 current에 의한 것의 합이 된다. 이제 ring이 superconducting ring 이어서 ring 내부에서 $\vec{E} = 0$ 라 하자. 이때 S 를 통과하는 total flux Φ 가 식 (A) 의 두번째 항이 됨을 보이시오.

다음 참고는 본 시험과 무관임

* 참고 * 5번 문제에서 ring에 흐르는 current를 $I(t)$, ring의 inductance를 L 이라 하면, induced current에 의한 flux는 $\Phi_{ind} = -I(t)L$ 이다. 따라서 (a), (b) 의 결과를 이용하여 ring에 흐르는 current $I(t)$ 는

$$I(t) = \frac{2\pi g}{L} \left\{ 1 + \frac{vt}{\sqrt{v^2 t^2 + b^2}} \right\}$$

임을 쉽게 보일 수 있다. Cabrera는 이 induced current를 보았다.

(B. Cabrera, Phys. Rev. Lett. 48, 1378 (1982)).