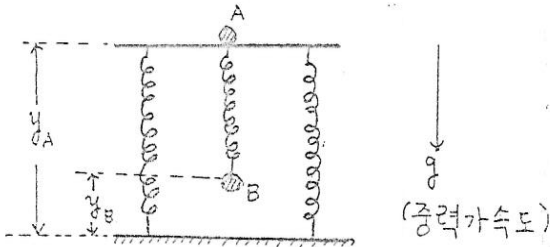


물리학과 대학원 자격시험

1983. 3. 5

고전역학, 전자기학 문제 P1.

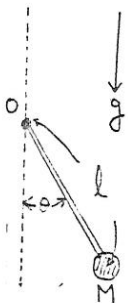
1.



질량이 없는 평판 (platform) 이 용수철 상수 (Spring Constant) 가 k 이고 자연상태 (용수철이 힘을 받지 않은 상태) 에서의 길이가 l_A 인 두 용수철로 받쳐 있고 이 평판위에 질량이 m 인 물체 (A) 가 고정되어 있다. 또 하나의 질량이 m 인 물체 (B) 는 물체 (A) 와 용수철 상수가 k 이며 자연상태에서의 길이가 l_B ($l_A > l_B$) 인 용수철로 연결되어 매달려 있다. 용수철의 무게는 무시하여라.

- 이 계가 평형상태에 있을때 두 물체의 위치 y_A, y_B 를 구 하여라.
- 각 물체가 평형상태에서 η_A, η_B 만큼의 미소변위를 가질때 이계의 kinetic energy T 와 Potential energy V 를 쓰라.
- 이 계의 normal frequency 들을 구하고, 각각의 normal mode 의 형태에 대해서 논하여라.

2.



그림과 같이 무거운 질량 M 인 질점이 연직선을 포함한 평면에서 중력 Mg 의 영향을 받으며 고정점 "O" 주위로 운동을 하고 있다. θ 는 연직선과 막대 사이의 각이며 또 "O" 점에서 마찰이 없는 것으로 하고

다음 물음에 답하라 (참고; 이 문제의 상황은 철봉에 매달린 사람과 비슷하며 사람은 막대여 해당함)

- 이 질점의 Lagrangian 및 Lagrangian 운동방정식을 쓰라 (단 $\theta=0$ 일때 Potential $V=0$ 이 되도록 하여라)
- 위 운동방정식을 들어서 질점의 운동을 초기 조건이 $E=0, E \approx 0, 2Mgl > E \gg 0$ 및 $E > 2Mgl$ 인 경우에 대해서 θ 의 2차원 각표제에 정성적인 스케치로 그려라. 단 E 는 초기 조건에서 주어지는 이 질점의 Total Energy 이다.
- 위의 질점에 대한 Hamiltonian 함수를 Lagrangian 으로부터 정의하고, Hamiltonian 운동방정식을 쓰라.

3. 반지름이 R 인 구의 표면이 전하밀도 σ 를 균일하게 대전되어 있다. 이 구를, 그 중심을 지나는 축에 대하여 일정한 각속도 ω 로 회전시키면, 구의 내부 ($r < R$) 에서는 균일한 자기장을 이루고 외부 ($r \gg R$) 에서는 자기 쌍극자 모멘트에 의한 것과 같은 자기장을 형성한다.

- 구의 내부에서의 자기장 $\vec{B}$ 를 구하라.
- 구의 외부 ($r \gg R$) 에서의 자기장에 대응하는 자기 쌍극자 모멘트 $\vec{\mu}$ 를 구하라.
- b) 의 결과를 이용하여 회전 구의 자기 회전 비율 (gyromagnetic ratio) $g = \frac{\mu}{J}$ 을 구하여라. 단 J 은 각운동량이다.

* 참고 : Maxwell 방정식

C.G.S. (Gaussian)

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 4\pi\rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}$$

MKS

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}\end{aligned}$$

물리학과 대학원 자격시험

1983. 3. 5

고전역학, 전자기학 문제 P2

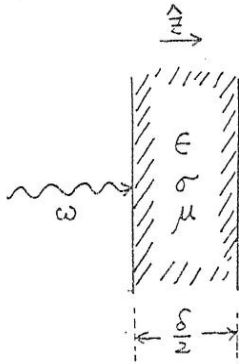
4. 정지질량 m 을 갖는 대전입자가 외부에서 가해진 일정한 전자기장에서 움직일때는 다음 운동방정식에 의하여 운동이 정해진다.

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \vec{v}) = e(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}).$$

여기서 $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$ 이며 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ 이다.

- a) 전기장 $\vec{E}=0$ 인 경우에는 에너지 γmc^2 는 일정하고, $\vec{E} \neq 0$ 인 경우에는 에너지의 시간당 증가율이 $e\vec{v} \cdot \vec{E}$ 가 됨을 보여라.
- b) $\vec{E}=0$, $\vec{B}=B\hat{z}$ 일때 운동방정식을 풀어서 이 입자의 운동은 반경이 $R = \frac{mc\gamma v_0}{eB}$ 이고 각속도는 $\omega = \frac{eB}{mc\gamma}$ 인 원운동임을 보여라. 여기서 v_0 는 $\vec{v}$ 의 $\vec{B}$ 에 수직인 성분의 크기이다.

5.



주파수가 ω 인 평면 전자파 (plane electromagnetic wave)가 그림과 같은 평판 (flat sheet)에 수직으로 입사하고 있다. 이 평판은 전자파의 입사방향 (z방향)으로 두께가 δ 이고 좋은 도체 (good conductor 즉 $\sigma \gg \epsilon\omega$)이다. σ, μ, ϵ 는 이 도체의 conductivity, permeability, dielectric constant이고 δ 는 이 도체의 skin depth로 $\delta = (\frac{2}{\omega\sigma\mu})^{1/2}$ (MKS unit)로 주어진다.

- a) Maxwell 방정식으로 부터 도체 내에서의 $\vec{E}$ 와 $\vec{H}$ 에 대한 파동 방정식이 다음과 같음을 보여라.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} &= \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (\text{MKS unit})$$

- b) 이 평면파의 E field가 $\vec{E} = E\hat{x}$ 로 표시 될때 도체 내부에서

$$\vec{E} = E_0 \exp[i(\omega t - \frac{z}{\delta}) - \frac{z}{\delta}] \hat{x}$$

$$\vec{H} = (\frac{\sigma}{\mu\omega})^{1/2} E_0 \exp[i(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) - \frac{z}{\delta}] \hat{y}$$

로 됨을 보여라.

- c) 도체내에서 average Poynting vector를 구하여라.
- d) 평면파가 이 도체를 다 지나는 동안 잃어버리는 단위면적당, 단위시간당 Joule heating loss를 구하여라.

- 끝 -