

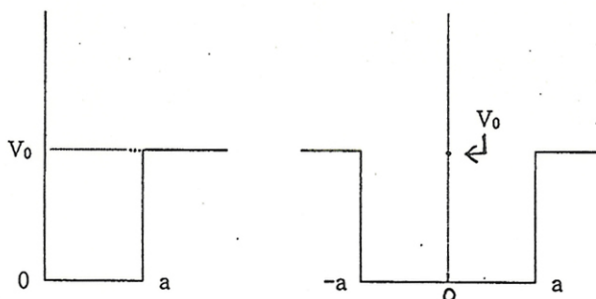
자연과학대학 물리학과	문제지 · 답안지	학 번	성 명	감독교수 학 인	(인)
----------------	--------------	--------	--------	-------------	-----

1995학년도 제2학기
서울대학교

자격: ~~중간~~ 시험
~~차별~~ 시험

과 목 명: 양자 및 통계역학
담당교수:

1. 일차원 우물형 포텐셜 안에 있는 질량 m 을 지닌 입자의 운동을 생각하자.



(그림 1)

(그림 2)

- 가). 그림 1과 같은 포텐셜 안에서 에너지 E 를 갖고 속박되어 있는 이 입자의 파동함수를 구하고 V_0 값을 E 와 a 로 표시하라.

- 나). 이 입자가 가질 수 있는 속박된 기저 상태의 에너지가 $V_0 \rightarrow \infty$ 인 경우의 기저 에너지보다 20 % 차이가 있으려면 V_0 의 값이 얼마가 되는가 ?

- 다). 그림 2와 같은 우물형 포텐셜에서 포텐셜 값이 나)의 V_0 값과 같다면, 제 1 들뜬 상태의 에너지는 얼마인가 ?

2. 비상대론적 수소 원자를 생각하자. 전자의 unperturbed

Hamiltonian은 $H_0 = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$ 로 표시된다. 만일 외부에서

전기장 E 가 z 방향으로 걸리어 전자의 Hamiltonian이

$$H = H_0 + H_1 = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} + eEz \text{ 가 되었다고 가정하자.}$$

- 가). 일차 섭동이론 (first-order perturbation theory)을 이용하여, $1s$ 기저상태에 있는 전자의 에너지 변화를 구하라.

- 나). $[H, L_z] = 0$ 임을 보이라.

- 다). 수소 원자의 임의의 두 들뜬 상태 $|n, l, m\rangle$ 과 $|n', l', m'\rangle$ 의 에너지가 비슷한 경우, 즉 중첩된 경우를 고려하자 ($n = n'$). 이들 에너지 준위가 H_1 에 의해 분리되기 위한 l 과 m 에 대한 selection rule을 구하라.

- 라). 중첩 섭동이론 (degenerate perturbation theory)을 이용하여, $2s$ 상태 및 $2p$ 상태에 있는 전자의 에너지 변화를 구하라.

참고: $\langle 2, 0, 0 | z | 2, 1, 0 \rangle = -3a_0$ (a_0 : 보어 반경)

3. 최근에 2000개 정도의 루비듐 원자 들을 레이저로 냉각시켜 Bose-Einstein 응축 현상을 관측했다는 보고가 있어 화제가 되고 있다. 여기서는 체적 V 속에 들어 있는 질량 m , $\text{spin} = 0$ 인 N 개의 입자 (boson)로 이루어진 이상적인 Bose 기체를 생각한다.

- 가). 에너지 ϵ_i 를 지닌 단일 입자 상태를 대상 계로 삼을 때, 온도 T , 화학 포텐셜 μ 에서의 grand partition 함수 ξ 는

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, \quad x \equiv e^{-(\epsilon_i - \mu)/kT}$$

로 주어진다. 이때 이 상태를 점유하는 평균 입자수 $\langle n \rangle$ 이 $\langle n \rangle = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/kT} - 1}$ 가 됨을 보이라.

- 나). 전체 입자 수 N 가운데 최저에너지 준위 $\epsilon_0 = 0$ 를 점유할 입자 수 N_0 가 유한한 비율을 차지할 조건 (Bose-Einstein 응축 조건)을 μ 의 값을 중심으로 논의하라.

- 다). 최저 에너지 준위 ϵ_0 를 제외한 나머지 모든 에너지 준위를 점유하는 입자의 수를 N' 이라 할 때

$$N' = V \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} F_{3/2} \left(-\frac{\mu}{kT} \right) \text{ 임을 보이라.}$$

여기서 $F_{3/2}(a) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{e^{x+a} - 1}$ 이고 ($a > 0$) 제의

상태밀도는 $D(\epsilon) = 2\pi V \left(\frac{2m}{h} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon}$ 로 주어진다.

- 라). 나)의 조건이 가능하기 위한 온도의 상한 T_c (Bose-Einstein 응축 온도)를 구하고, $T < T_c$ 에서 기저 에너지 준위를

점유한 입자 수 N_0 가 $N_0 = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right]$ 임을

보이라. 참고: $F_{3/2}(0) \approx 2.612$

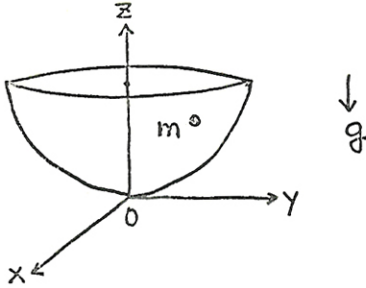
자연과학대학 물리학과	문제지 · 답안지	학 번	성 명	감독교수 확 인	(인)
----------------	--------------	--------	--------	-------------	-----

1995 학년도 제2학기
서울대학교

자격 ~~중간~~ 시험
자격 ~~말~~ 시험

과 목 명 ~~역학 및 전자기학~~
담당교수:

. 질량 m 인 물체가 중력에 의하여 마찰이 없이 $x^2 + y^2 = az$ 로 주어지는 포물 면 위에서 운동을 한다.



가). 이 물체의 Lagrangian과 constraint는 어떻게 주어지는가 ?

나). 이로 부터 이 물체의 운동 방정식을 구하라.

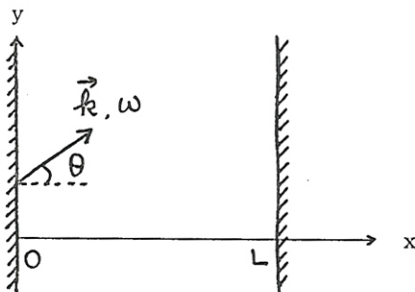
다). 이 물체가 높이 $z = h$ 에서 원운동을 하고 있을 때, 이 물체의 각속도와 주기를 구하라.

라). 만약 이 물체를 다)의 원궤도에서 약간 벗어나서 운동을 하도록 하면 이 물체는 원궤도를 중심으로 주파수

$$f = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2g}{a}}$$

인 진동 운동을 함을 보여라.

2. 그림과 같이 두 평행한 완전 도체로 된 광도파로에 주파수가 ω 인 평면파의 빛이 xy 평면상에서 진행한다. 두 거울 사이는 진공이고 광속도는 c 이다. 빛의 편광 방향이 z 축과 평행한 경우 (즉 TE 편광), 다음 물음에 답하라.



가). 이 도파로의 cutoff 주파수 ω_c 를 구하라.

나). 이 도파로에서 진행하는 빛의 위상속도 v_p 와 군속도 v_g 사이에 성립하는 관계식을 구하라.

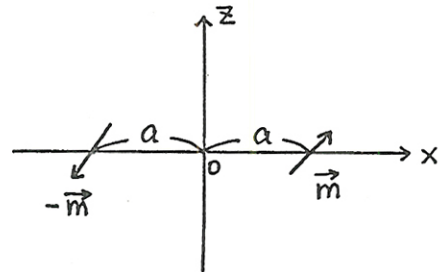
다). 이 빛의 파면 (wavefront)을 그리고 v_p 는 광속보다 크지만 v_g 는 광속보다 작은 이유를 각각 설명하라.

라). 이 빛의 평균 에너지 밀도와 y 방향의 평균 Poynting 벡터를 구하고 이로 부터 군속도를 구하라.

3. 전류 밀도를 무시할 때 점 자기 쌍극자 $\vec{m}$ 에 의한 자기장은 스칼라 자기 포텐셜 $\psi = -\frac{\vec{m} \cdot \vec{r}}{r^3} = -\vec{m} \cdot \nabla \frac{1}{r}$ 로 나타낼 수 있다. 다음 물음에 답하라. (단 $r \gg a$).

가). 이 때 자기장을 구하라.

나). 두개의 자기 쌍극자 $\vec{m}$ 과 $-\vec{m}$ 이 각각 xy 평면 내 x 축 상의 두 점 $\vec{a}$ 와 $-\vec{a}$ 에 분포되어 있는 경우 이 계의 자기 쌍극자와 자기 사극자 텐서 (quadrupole moment tensor)를 구하라.



다). 반경이 a 이고 전류가 I 인 전류 루프의 자기 쌍극자와 자기 사극자를 구하라.

라). 나)항에서 점 자기 쌍극자 대신 다)의 전류 루프로 대체했을 때 이 계의 자기 사극자 텐서를 구하라. 단, xy 평면의 원점에서 두 루프의 접축에 의한 합선은 없다고 가정하라.

