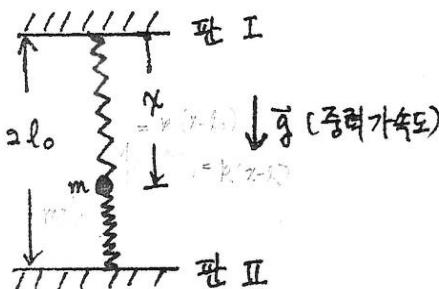


1986 학년도 서울대학교 대학원(석사과정) 입학시험 문제

전용: 물리학 (제 1교시 120분)

1. Spring 상수가 k 이고 자연길이가 l_0 인 두 개의 동일한 용수철 가운데 질량 m 인 물체를 달아서, 그림과 같이 간격 $2l_0$ 인 두 판사이에 균일한 자주 중력장 하에서 수직으로 매달아 놓았다. 여기서 물체는 수직운동만 할 수 있고, 용수철의 질량은 무시할 수 있다고 하자.



(ㄱ) 그림과 같이 질량 m 인 물체가 판 I로부터 x 만큼 ($x > l_0$) 떨어져 있을 때, 이 물체에 작용하는 모든 힘들의 방향을 그림으로 나타내고 그 크기를 밝혀라.

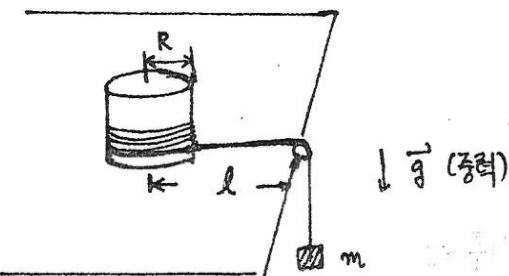
(ㄴ) 이 계에 대해 Lagrangian을 x 및 \dot{x} 의 합으로 표시한 다음 (답변서도 좋다), 그 Lagrangian으로부터 물체의 운동방정식을 고집여 내 보아라.

(ㄷ) 이 문제에서 평형점 x_0 를 찾고, 이 평형점이 안정된 (stable) 평형점임을 보여라.

(ㄹ) 질량 m 인 물체를 두 용수철의 한 가운데 점 ($x = l_0$ 인 점)에 손으로 잡고 있다가 시간 $t=0$ 에 가만히 놓아주었다. 그 후의 질량 m 의 운동 $x(t)$ 는 어떻게 주어지겠는가?

$$m\ddot{x} = -2k(x - l_0) - mg = -2k(x - l_0) - \frac{mg}{g}$$

2. 밀의 그림과 같이 마찰이 없는 탁자위에 반경 R , 질량 M 인 원통형의 실패가 놓여있고 여기에 질이 감겨있다. 질의 끝에 질량 m 인 물체가 있어서, 탁자 모서리의 마찰없는 작은 도르래를 지나 수직으로 매달려 있다고 하자. 실패를 탁자 모서리로 부터 거리 l 인 위치에 움직이지 못하게 잡고 있다가 시간 $t=0$ 에 놓아주면, 질량 m 의 중력에 의한 질의 강력때문에 실패는 중심축 주위로 회전하면서 탁자의 모서리 쪽으로 움직여 질 것이다. 중력장은 \vec{g} 로 정밀하다고 보고, 질량 m 은 수직 방향으로만 움직일 수 있다고 하고 다음 물음에 답하라.



(ㄱ) 원통형 실패의 그 중심축에 대한 관성모멘트 (moment of inertia) I 를 구하라.

(ㄴ) 원통형 실패의 중심축의 이동속도를 v_m 이라고 하고, 축 주위로의 회전각속도를 ω 라고 하면, 원통 전체의 운동에너지 $\frac{1}{2}Mv_m^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ 으로 주어질을 보여라.

(ㄷ) 질량 m 의 낙하 속도를 v_m 이라고 하면 $v_m = 3U_m$ 임을 보여라.

(ㄹ) 실패의 탁자 모서리까지 이동해왔을 때의 질량 m 의 속도를 구하라.

* 1. 번부터 6. 번 까지 모두 풀것

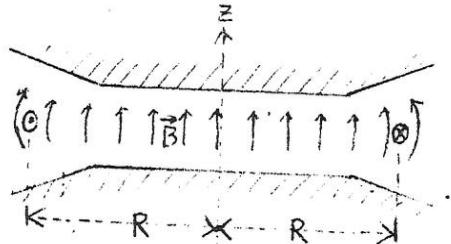
* 제3교시 (14:40~15:30)에 추가 전공시험 있음 (50분간).

1986 학년도 서울대학교 대학원(석사과정) 입학시험 문제

전공: 물리학

3. 가) 매질 (ϵ, μ)에서 Maxwell의 electromagnetic 방정식을 쓰고 각 방정식이 유래된 기본적 (실험) 현상을 간단히 설명하라.

* 자장 B 의 분포가 그림과 같이 원통 대칭인 쌍극자 자석을 이용하여 전자를



가속시키려 한다. 전자가 대칭면 상에서 반경 R 인 원궤도를 돌고 있을 때 다음 물음에 답하라. 단, 궤도면 내부의 자기장 세기의 평균치를 $\langle B \rangle$ 로 표시하자.

나) 자기장의 세기를 시간에 따라 변화 시킬 때 유도되는 전기장의 세기 E 를 궤도상에서 구하라.

다) 궤도상의 자기장의 세기를 B_0 라 할 때 전자의 궤도가 일정한 반경 R 을 유지하려면

$$\frac{dB_0}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\langle B \rangle}{dt}$$

의 조건을 만족시켜야 할을 보여라.

4. 반지름 a 인 절연된 구형 도체 (spherical conductor)가 전기량 $+Q$ 로 대전되어 있다.
- 가) 구형 도체를 Q 로 대전시킨데 필요한 에너지는 얼마인가.
- 나) 여기에 대전되지 않은 도체 또는 부도체를 실내에 매달아 가까이 가져오면 인력을 받는다. 그 이유를 간단히 설명하라.
- 다) 대전되어 있는 전기량 Q 를 저항 R 인 도선을 지면 (ground)에 연결하여 방전시킬 때 저항을 통해 흐르는 전류 $i(t)$ 를 구하라.
- 라) 이때 저항체에서 발생하는 Joule 열은 가)에서 구한 전기 에너지와 같음을 보여라.

1986 학년도 서울대학교 대학원(석사과정) 입학시험 문제

전공: 물리학

5. 체적 $V (= L^3)$, 입자수 N 인 자유 입자들의 계를 온도 T 의 열역학상태에서 고려하자 (한 입자의 에너지 준위는 ϵ , 질량은 M 이다.)

가) Fermi-Dirac 및 Bose-Einstein 분포함수 $f(\epsilon)$ 를 쓰라. 모든 ϵ 에서 $f(\epsilon)$ 이 1보다 아주 작은 근사를 취할 수 있는 경우의 $f(\epsilon)$ 를 고전적 분포함수라고 한다. 이때 $f(\epsilon)$ 의 모양은 어떻게 되는가? (화학포텐셜을 서라 할 것)

나) 하나의 자유 입자가 취할 수 있는 에너지 준위는 (주기적 경계 조건하에서)

$$\epsilon = \frac{\hbar^2}{2M} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2),$$

$$n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

로 주어진다. 입자수 N 을 고전적 분포함수로서 표시하고 이를부터 화학포텐셜 ϵ 를 N, T, V 의 함수로 구하라. (이때 스핀은 0으로 간주한다.)

다) 고전적 근사 $f(\epsilon) \ll 1$ 를 만족 하려면 N, T, V 간에 어떤 관계가 있어야 되는지를 쓰고 이의 물리적 의미를 설명하라.

라) 나)의 결과를 이용하여 고전적 이상기체의 Helmholtz 자유 에너지 F , 압력 P , 엔트로피 S 를 N, T, V 의 함수로 구하라.
(단, $M = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T, V}$)

6. 1 몰(mole)의 기체의 상태를 Van der Waals 상태 방정식

$$(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT, \quad (a > 0, b > 0)$$

로 기술할 수 있다. (P : 압력, V : 체적, R : 기체상수, T : 절대온도)

가) 위 식에서 $\frac{a}{V^2}$ 항과 상수 b 의 의미를 간단히 설명하라.

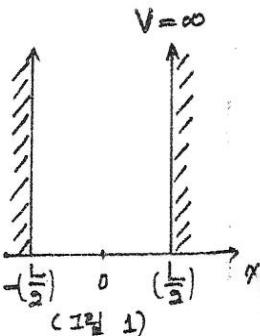
나) 온도 변화에 따른 $P-V$ 등온 곡선의 변화를 정성적으로 그리고, 저온 영역에서 gas-liquid 공존 영역을 결정하는 방법을 기술하라.

다) 일계점과 일계점에서의 온도(T_c), 압력(P_c) 및 부피(V_c)를 각각 a 와 b 로 표시 하라.

1986 학년도 서울대학교 대학원(석사과정) 입학시험문제

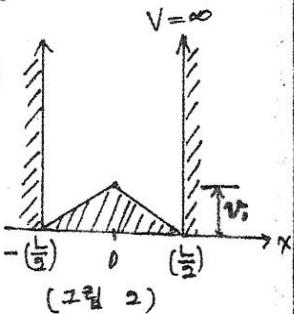
전용: 물리학 (제3교시 50분간)

7. 질량 m 인 입자가 옆의 (그림 1)과 같은 폭 L 인 차원적 infinite potential well에 갇혀 있다. 이 계의 Hamiltonian을 H_0 라고 하자.



- (1) 이 계의 에너지 준위 E 와 그에 상응하는 상태 고유함수(eigenfunction) $\psi(x)$ 를 모두 구하라.
- (2) Parity 연산자 P 는 입자의 함수 $f(x)$ 에 대해 $Pf(x) = f(-x)$ 의 작용을 한다. 이러한 P 의 고유치(eigenvalue)는土 밖에 없음을 증명하라.
위 (1)에서 구한 상태 고유함수 $\psi(x)$ 들은 P 의 고유함수로 될 것을 보이고, P 의 고유치에 따라 상태함수와 에너지 준위를 $\psi_m^+(x)$, $\psi_m^-(x)$ 및 E_m^+ , E_m^- 로 분류하라. 여기서 $+$, $-$ 는 parity 고유치가 $+1$, -1 이 됨을 각각 나타내며, $m=1, 2, 3, \dots$ 의 정수이다.

옆의 (그림 2)와 같이 일바닥이 약간 뒤어나온 potential 벽을 만들면 상태 고유함수와 에너지 준위가 조금씩 변할 것이다.
(뒤어나온 potential의 $x=0$ 점의 높이를 v_0 라고 표시하자).



- (3) 1차 섭동이론(perturbation theory)을 사용, E_n^+ 및 E_n^- 각 에너지 준위의 변화를 구하라.
(단 $\int x \cos ax dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x \sin 2ax}{4a} + \frac{\cos 2ax}{8a^2}$ 이다)
- (4) 위 (3)의 결과가, 같은 계에서는 E_n^+ 의 변화가 E_n^- 의 변화보다 큰 물리적 이유를 설명하라.
또 (그림 2)의 경계한 상태 고유함수는 일반적으로
- (5) 이어서 구한 $\psi_m^+(x)$ 및 $\psi_m^-(x)$ 의 linear superposition $\sum a_n \psi_n^+(x) + \sum b_n \psi_n^-(x)$ 로 표시할 수 있을 것이다.
이 때 모든 $a_n = 0$ 또는 모든 $b_n = 0$ 임을 증명하라.
(단 에너지 측정은 허다고 본다).

8. 각 운동량 연산자는 다음과 같은 교환 법칙을 만족한다.

$$[L_x, L_y] = ik L_z, [L_y, L_z] = ik L_x, [L_z, L_x] = ik L_y.$$

(1) 연산자 L_+ , L_- 를 $L_{\pm} = L_x \pm iL_y$ 로 정의할 때, $[L_+, L_z]$ 와 $[L_-, L_z]$ 의 교환자를 계산하라. 이 결과를 이용하여, $\psi_{\lambda, m}$ 이 L_x^2 및 L_z^2 의 고유함수로서

$$L_x^2 \psi_{\lambda, m} = \lambda^2 \psi_{\lambda, m}, L_z^2 \psi_{\lambda, m} = m^2 \psi_{\lambda, m}$$

만족할 때, $L_{\pm} \psi_{\lambda, m}$ 은 $\psi_{\lambda, m+1}$ 과 $\psi_{\lambda, m-1}$ 을 보여라.

- (2) L_z 의 양자수 m 은 최대치 ℓ 과 최소치 ℓ' 이 존재하여 $L_+ \psi_{\lambda, \ell} = 0$, $L_- \psi_{\lambda, \ell'} = 0$ 이다.
 L_x^2 의 고유치 λ 를 ℓ 혹은 ℓ' 으로 나타내어라.
- (3) 주어진 λ 값에 대해서 가능한 m 값이 몇 개인지 유도하라.

(4) 스피ن 연산자 \vec{S} 도 그와 같은 교환 관계를 갖는다. 양성자 p 와 전자 e 는 스피ن 각운동량이 출입인 페르미(fermi) 입자이며 전자와 양성자간의 스피ن 상호작용은

$$H_{int} = -A \vec{S}_e \cdot \vec{S}_p \quad (\vec{S}_e: 전자 spin, \vec{S}_p: 양성자 spin)$$

으로 주어진다. (A 는 Bohr 준위에 비해서 크기가 작은 양수(positive number)임).

수소 원자의 $1s$ 에너지 준위는 H_{int} 에 의하여 몇 개로 분리될 것인가? 이 때 기저상태의 에너지를 구하고 (단 $1s$ 상태의 Bohr 에너지 준위를 E_0 로 표시하라), 그 스피ن 상태함수를 양성자와 전자의 스피ن 합수로써 표시하라.