1999학년도 서울대학교 대학원 입학시험문제

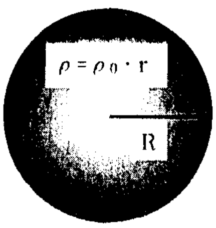
전공: 물리학 (석사과정)

1998. 11. 28.

2-1

1.

그림과 같이 반경 R 안에 전하 밀도가 $\rho=\rho_0\cdot r$ 로 주어진 전하 분포체가 있다

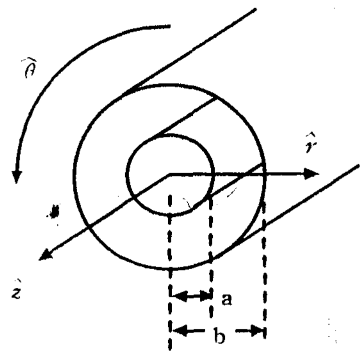


가) 물체의 내부 및 외부에서의 전기장(electric field)을 구하라.
나) 내부 및 외부에서의 전기 준위(electric potential)를 구하라.
다) 이 전하 분포체가 가지고 있는 정전기적 에너지 (electrostatic energy)를 구하라.

2.

그림과 같이 두 개의 이상적인 도체로 구성된 실린더 형태의 동축선 (cylindrical coaxial cable)이 있다. 내부는 진공 상태라고 가정하자. TEM (transverse electromagnetic, 즉 $E_z=B_z=0$) 방식(mode)인 경우에는 내부의 자기장은 다음과 같이 주어진다.

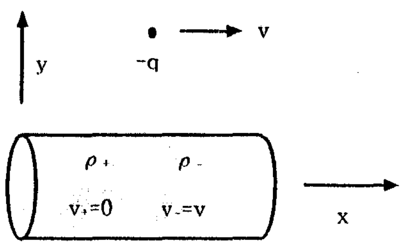
$$\vec{B}=B_0\frac{\cos(kz-\omega t)}{r}\hat{\theta} \quad (\text{for } a\le r\le b)$$
$$=0 \ (\text{기타지역})$$



가) Maxwell 방정식($\nabla\cdot\vec{D}=\rho$, $\nabla\cdot\vec{B}=0$, $\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, $\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$)을 이용하여 k 와 ω 의 관계식을 구하라. 또 이 TEM 방식의 cutoff 주파수를 구하라.
나) $a\le r\le b$ 부분에서의 전기장을 구하라. 두 도체 사이의 전기 준위의 차(electric potential difference)는 얼마인가 ?
다) 내부도체의 전류의 방향과 크기를 구하라. 이 동축선의 온저항(impedance) Z 는 얼마인가 ?

3.

전자기 현상을 두 다른 관성 기준틀(inertial reference frame)에서 관측하면, 한 기준틀에서는 자기 문제로 다른 기준틀에서는 전기 문제로 취급할 수 있다. 다음 그림에서 처럼 단면 A인 속이 찬 금속 원통이 있다. 정지 기준틀에서, 통 내부에는 부피 전하 밀도가 ρ_+인 양이온 격자와 ρ_-인 자유 전자가 있다. 이때 원통의 양단에 전압차를 주면 정지 기준틀에서 양이온 격자는 정지되어 있고 자유 전자는 속도 v로 +x 방향을 따라 운동하는 것으로 관측된다. (전압차를 주지 않으면 정지 기준틀에서 $\rho_+=-\rho_-$ 이다.) 이때 원통의 축으로부터 y 방향으로 r 만큼 떨어진 지점에서 -q의 전하가 +x 방향으로 v의 속도로 움직인다고 가정하자.



정지 기준틀

가) -q의 전하가 받는 힘 F를 ρ_+, ρ_-, q, v, r, A의 함수로 나타내라.
나) 이제 +x 방향으로 속도 v로 움직이는 기준틀에서 원통 내의 자유 전자와 양이온 격자의 총 선전하 밀도(linear charge density, λ)를 구하라.
다) (2)에서 고려한 움직이는 기준틀에서 -q의 전하가 받는 힘 F'을 구하고 정지 기준틀에서의 힘 F와의 관계를 구하라.

1999학년도 서울대학교 대학원 입학시험문제

전공: 물리학 (석사과정)

2-2

1998. 11. 28.

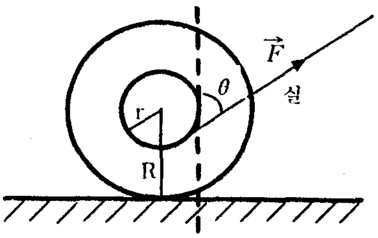
4.

장난감 요요(yo-yo)가 수평면 위에 아래 그림과 같이 놓여있다. 이 요요의 작은원통에 감겨있는 실을 수직축에 대해 각 θ방향으로 힘 $\vec{F}$를 주어 당긴다. 요요의 관성모멘트(moment of inertia)는 I, 질량은 M, 작은 원통의 반경을 r, 큰 원통의 반경을 R이라 하고, 수평면과 요요 사이의 정지마찰계수는 μ라고 하자.

가) 요요가 미끄러지지 않는다고 가정하고 초기의 각가속도(angular acceleration)를 θ의 함수로 구하라.

나) θ를 변화시켜서 어떤 특정한 각도로 잡아 당기면 이 요요는 구르지 않는다. 이 각도 θ_c을 구하라.

다) 이 요요가 순전히 구르는 운동만 하기 위한 힘의 크기 F의 조건을 구하라.



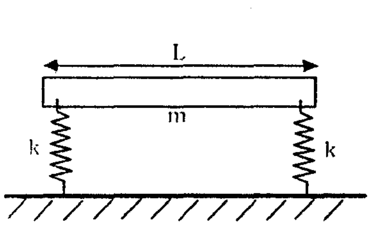
5.

그림과 같이 길이가 L이고 질량이 m인 균일한 막대가 탄성계수가 k인 두 개의 동일한 용수철에 의해 양 끝에 고정되어 수평으로 놓여져 있다. (힘을 받지 않았을 때의 용수철 길이는 l_0임) 처음에 막대의 한쪽 끝을 아주 작은 거리 a만큼 수직방향으로 눌렀다가 놓았다.

(1) 이 계의 라그란지안(Lagrangian) $\mathcal{L}$을 구하고 그로부터 운동방정식을 유도하여라.

(2) 운동방정식의 해를 기준자리표(normal coordinates)에서 구하고 기준방식(normal modes)의 진동주파수를 구하라.

(3) 각각의 기준방식(normal modes)는 어떤 운동을 나타내는지 그림으로 간략히 나타내어 보라.



6.

다루고자 하는 계의 분배함수 Z 는 위치 및 운동량 위상공간(이를 phase space라 함)에서 이 계의 모든 가능한 상태가 차지하는 체적을 의미한다. 질량 m, 각진동수 ω인 1 차원 홑이울림 떨개(simple harmonic oscillator) 한개의 경우,

가) 홑이울림 떨개의 에너지가 연속적인 경우, 고전적 분배함수 Z 를 구하라.

나) 홑이울림 떨개의 에너지가 양자화된 경우, 양자역학적 분배함수 Z 를 구하라.

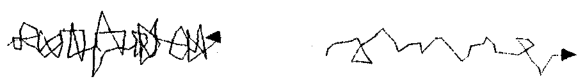
다) N개의 동일한 홑이울림 떨개로 구성된 계에 대하여, 나)의 결과를 이용하여 내부에너지 U와 앤트로피 S를 구하라.

7.

고무줄은 다중체 사슬(polymer chain)으로 형성되어 그림과 같이 사슬(chain)의 헝클어짐 정도에 따라 길이가 줄거나 늘기도 한다. 평형상태 길이 L_o 인 고무줄에 추를 달면 탄성한계 내에서 고무줄의 늘어난 길이 ΔL은 추의 무게에 비례하였다. 탄성한계 내에서 고무줄의 내부 에너지는 늘어난 길이에 관계없이 $U = aL_oT$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 a 는 비례상수, T 는 온도를 나타낸다. 이 때 고무줄의 앤트로피의 변화는 내부 에너지 및 길이의 변화로 다음과 같이 표현된다.

$TdS = dU - \tau dL \quad [\ (\partial S/\partial U)_L = 1/T,\ (\partial S/\partial L)_U = -\tau/T\ ]$

여기서 τ는 줄의 장력을 의미한다.



헝클어짐이 심한 경우 　　　 헝클어짐이 약한 경우

가) 추를 매단 고무줄을 가열하면 고무줄의 늘어난 길이 ΔL은 증가하겠는가 아니면 감소하겠는가? 또 그 이유를 정성적으로 설명하라.

나) 고무줄의 장력과 늘어난 길이는 비례한다는 사실과 위에서 주어진 내부 에너지 표현식을 이용하여 $\tau = bT\Delta L$ 로 나타낼 수가 있음을 보여라. 여기서 b 는 비례상수이다.

[참고: $\partial^2 S/\partial L\partial U = \partial^2 S/\partial U\partial L$, $(\partial x/\partial y)_z(\partial y/\partial z)_x(\partial z/\partial x)_y = -1$ 이다.]

다) 추를 매달아 일정한 장력을 유지시킨 상태에서 고무줄에 열을 가하여 온도가 T에서 T+ΔT로 변할 때, 고무줄의 길이 변화 δL 을 구하라.

1999학년도 서울대학교 대학원 입학시험문제

전공: 물리학 (석사과정)

1998. 11. 28.

8.

$x<0$ 에서는 자유공간이고 $x>0$인 영역에서는 약하게 균일한 자기장 $\vec{B}=B_0\hat{z}$ (즉 $B_x=B_y=0$, $B_z=B_0$) 이 걸려있다. 이때 $x<0$ 영역에서 스핀 $S=\frac{1}{2}$인 중성자가 선운동량 $\vec{p}=p_0\hat{x}$를 가지고 입사하는 경우를 생각하자.

가) 이때 중성자의 양자상태를 결정하는 해밀토니안 연산자 (Hamiltonian operator) 를 써보아라 [단, 중성자의 자기모멘트 (magnetic moment)는 $\vec{\mu}=-\mu_0\vec{\sigma}$로 나타내어라. 여기서 $\vec{\sigma}=(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 는 파울리 행렬이다.].

나) 중성자 스핀이 $z-$축 방향으로 편극 (polarization) 되어서 자기장이 걸린 영역으로 입사하는 경우 반사계수 (reflection coefficient)를 $\mu_0B_0 \ll \frac{p_0^2}{2m}$ 로 취급하고 1차항까지 전개한 근사값을 구하라.

다) 만일 중성자의 스핀이 $x-$축 방향으로 편극되어 (2)와 같이 입사하는 경우 반사계수는 얼마인가? 단, 반사되는 중성자의 스핀 방향은 구별하지 않는다.

9.

1차원 공간에서 서로 떨어져 있는 두 물리계의 상호작용을 나타내는 해밀토니안 연산자 (Hamiltonian operator)가

$$H=\begin{pmatrix} 0 & -\Delta \\ -\Delta & 0 \end{pmatrix}$$

로 주어져 있다.

가) 에너지 준위 (energy eigenvalue) 를 구하고 각 준위에 해당하는 고유 벡터 (eigenvector) 역시 구하여라.

나) 시간 $t=0$ 에서 이 물리계는 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 인 상태에 있었다. 이후 $t>0$ 에서 이 물리계의 상태벡터를 구하여라.

다) 두 물리계의 1차원 공간에서의 위치가 각각 $x=-\frac{d}{2}$, $+\frac{d}{2}$ 라고 하면 이에 해당하는 위치 연산자는

$$\hat{x}=\begin{pmatrix} -\frac{d}{2} & 0 \\ 0 & +\frac{d}{2} \end{pmatrix}$$

로 표현된다. 두 물리계의 위치는 임의의 시간 t에서 측정 가능한가?

라) 임의의 연산자 O의 기대값 (expectation value) $\langle O\rangle$ 는 $\frac{d\langle O\rangle}{dt}=\frac{1}{i\hbar}\langle [H,O]\rangle$ 관계식을 만족한다. 이제, (나, 다) 의 결과를 이용하여 $\langle \hat{x}\rangle$ 를 시간의 함수로 구하여라.

[힌트: 임의의 상태벡터를 $\Psi=\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 라고 하면, 연산자 O 의 기대값 $\langle O\rangle=\Psi^{+} O\, \Psi$ 이다.]

10.

관성 모멘트 (moment of inertia) 가 I 인 회전 강체 (rigid body) 가 있다. 회전 각도를 ϕ라고 표시한다면, 이 회전 강체의 정상상태가 만족하는 쉬레딩거 방정식은 다음과 같다:

$$-\frac{\hbar^2}{2I}\frac{d^2}{d\phi^2}\Psi_n(\phi)=E_n\Psi_n(\phi).$$

가) 정상상태의 에너지 준위 E_n 및 파동함수 Ψ_n 을 구하여라.

나) 이 회전강체는 전기 모멘트 (electric moment) p 를 가지고 있다. 따라서 미약한 균일전기장 E 이 가해지면 회전강체의 해밀토니안은

$$V=-pE\cos\phi$$

만큼 섭동되어 진다. 이 경우, (가)에서 구한 정상상태 에너지 준위의 섭동 변화를 (pE)의 전개식으로 구하여라.

[힌트: 섭동이론에 따르면 에너지 준위의 변화는 $\Delta E_n=\langle \Psi_n|V\Psi_n\rangle+\sum_{m(m\neq n)}\frac{|\langle \Psi_m|V\Psi_n\rangle|^2}{E_n-E_m}+\cdots$ 으로 주어진다.]

다) $n-$번째 정상상태 파동함수 Ψ_n 은 섭동에 의하여 새로운 파동함수

$$\Psi_n'=\Psi_n+\sum_{m(m\neq n)}\Psi_m\frac{\langle \Psi_m|V\Psi_n\rangle}{E_n-E_m}$$

으로 변화된다. 새로운 파동함수 Ψ_n'를 구하라. 또, $|\Psi_n'|^2$ 을 $n=1$과 $n=2$ 에 대하여 계산하고 섭동된 부분의 부호가 왜 서로 반대인지 고전적인 직관, 즉 균일 전기장내의 전기쌍극자(electric dipole)에 해당됨, 을 이용하여 설명하여라.