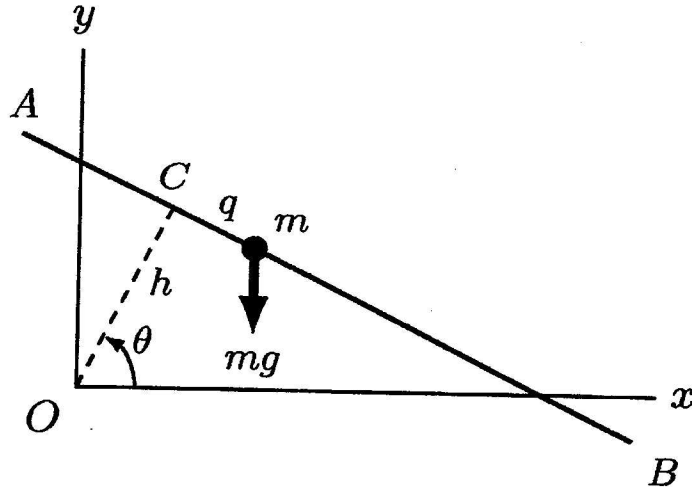


대학원 석사 정시모집 면접 문제

2007년 10월 26일

1. 역학



위의 그림과 같이 질량이 m 인 입자가 AB로 표시된 줄 위에서 자유롭게 운동한다. 이 입자는 줄 위를 움직일 뿐이고 줄에서 벗어날 수가 없다. 이러한 줄 AB와 원점 O와 사이의 거리는 그림과 같이 h 이다. 이 줄은 원점 O를 중심으로 일정한 각속도(Angular velocity: $\dot{\theta} = \omega$)로 원운동을 하고 있다. 입자의 위치는 각 θ 와 원점 O에서 가장 가까운 점 C로부터의 거리 q 로 나타낼 수 있다. 위의 그림과 같이 이 입자에 중력이 작용하고 있다. 또한 이 입자의 운동의 초기조건은 다음과 같다.

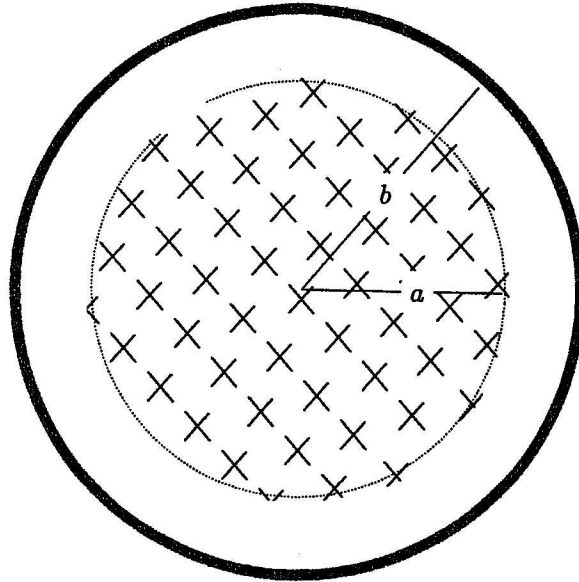
$$\theta(t=0) = 0, \quad q(t=0) = 0, \quad \dot{q}(t=0) = 0$$

- (가) 이러한 입자의 운동을 기술하는 Lagrangian을 구하라.
- (나) Lagrange's equation을 사용하여 $q(t)$ 의 equation of motion을 구하라.
- (다) 위에서 구한 $q(t)$ 의 equation of motion을 풀어서 그 해답을 구하라.
- (라) q 의 canonical momentum을 구하고 Hamiltonian을 구하라. 총 에너지가 보존되는지 또는 보존되지 않는지를 판별하고 그 이유를 분명하게 설명하라.

2. 전자기

균질한 자기장 B_0 가 반지름 a 인 공간에 아래 그림처럼 형성되어 있다. 여기에 전하밀도 λ (>0)의 선형전하가 반지름 b 의 링에 대전되어 자기장 분포와 중심을 공유하면서 자기장의 방향에 수직인 평면상에 정지하고 있다($b > a$). 중력은 무시한다. 링의 굵기도 무시한다.

- 1) 선형전하에 의한 전기장이 공간에 어떻게 분포하는지 스케치 해 보라. 선형전하가 놓여 있는 평면 뿐 아니라 그 위와 아래에서의 분포도 스케치 하라.
- 2) 이제 자기장이 B_0 에서 0으로 감소한다고 가정하자. 편의상 $dB/dt = -\beta \text{constant}$ 라고 하자. 이 경우 링은 회전하게 된다. 회전하는 이유는 무엇이며 회전방향은 어느 쪽인가?
- 3) 링이 갖는 최종 각운동량의 크기와 방향을 구하라.
- 4) 이 운동량은 어디서 온 것인가? 각운동량 보존이 성립하는가? 성립한다면 어떤 방식으로 성립하는지 설명하라.



3. 양자역학

· 수소 원자는 음전하를 띤 전자와 양전하를 띤 양성자로 이루어져 질량 중심 좌표계에서 이계의 해밀토니안과 그 해는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$$

$$\mathcal{H}_0 \phi_{nlm}(\mathbf{r}) = \varepsilon_n \phi_{nlm}(\mathbf{r})$$

$$\varepsilon_n = -\frac{e^2}{2a_0} \frac{1}{n^2}$$

- (a) Rutherford의 원자 모형에 따르면 수소 원자의 전자는 양성자 주위를 회전하는 케플러 운동한다. 그런데 이 고전역학적 모델은 고전 역학 및 전자기적 관점에서도 자체적 모순을 갖고 있다. 그 이유를 간략히 설명하라.
- (b) 양자론적 불확정성 원리에 의거하여 수소 원자의 바닥상태의 평균 반경 $a_0 = \langle r \rangle$ 과 에너지 ε_1 를 변분원리(variation principle)를 이용하여 구하라.
- (c) 전자의 스핀을 고려하지 않을 때, 바닥상태 파동함수 $\phi_{000}(r)$ 의 각운동량 양자수는 $(l, m) = (0, 0)$ 를 갖는다. 만일 이 원자에 외부 전기장 $E_{\text{ext}} = E_0 \hat{z}$ 를 가한다면, 바닥상태 파동함수는 전기장에 의한 $\mathcal{H}_1 = -eE_0 z$ 건드림에 의해 다음과 같이 $\psi_0(r)$ 로 변한다.

$$\psi_0(\mathbf{r}) = \phi_{000}(r) + \sum'_{nlm} c_{nlm} \phi_{nlm}(\mathbf{r})$$

여기서 c_{nlm} 를 e, a_0, E_0 을 이용해 근사적으로 표현하라.

- (d) 수소 원자의 전기분극 크기는 $P = \alpha E_0$ 가 됨을 보이고, 극값을 α 를 (c)의 결과를 이용하여 근사적으로 구하라.