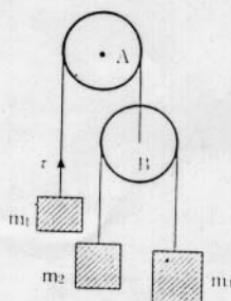


전공: 물리학 (석.박사과정)

<고전역학>

1997. 1. 18.

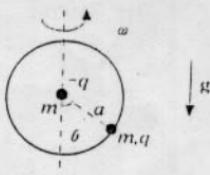
1. 그림과 같이 고정된 도르래 A에 일정한 길이 ℓ 의끈과 질량 m_1 과 도르래 B에 일정한 길이 ℓ' 의끈과 질량 m_2 와 m_3 의 물체가 매달려 있다. 단, 끈은 도르래가 돌아갈 때 미끄러지지 않고 끈과 도르래 B의 결함은 무시한다.



- 가) 도르래 A의 질량을 무시할 때 이 계를 기술하는 운동 에너지 T와 포텐셜에너지 V를 구하라.
 나) 물체 m_1 과 물체 m_2 의 낙하 가속도 및 낙하 속도를 구하라.
 다) 도르래 A의 질량이 M , 반경이 a 인 때, $m_2+m_3 > m_1$ 인 경우 물체 $-m_1$ 에 작용하는 힘의 강도 T 를 구하라.
 단, $m_2=m_3=m$ 을 가정하자.

2. 관성좌표계에 대하여 일정한 각속도로 회전하는 회전 좌표계에서의 물체의 운동을 생각하자.

- 가) 각속도 ω 로 회전하는 회전좌표계에서 정지해 있는 임의의 벡터 \vec{A} 의 관성좌표계에서 본 시간에 대한 미분은 $\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A}$ 가 된다. 이것을 이용하여 질량 m 인 물체의 운동 방정식을 구하고, 각향의 물리적 의미를 설명하라.
 나) 그림과 같이 반경 a 인 고리(질량과 두께는 무시)에 질량 m , 전하 q 인 물체를 끼우고 수직축을 중심으로 공대칭 대에서 각속도 ω 로 물린다고 하자. 그리고 일정에는 질량 m , 전하 $-q$ 인 물체가 고정되어 있고 고리와 물체 사이의 마찰은 무시한다.
 이 때 회전 좌표계 내에서의 힘의 평형조건으로부터 질량 m 의 위치를 나타내는 θ 의 값을 구하라.

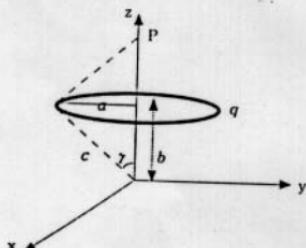


- 다) 점차기장 속에서의 물체의 운동방정식
 $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B})$ 으로부터, 물체는 각속도 $\vec{\omega}_L = -\frac{q}{2mc} \vec{B}$ 로 회전하게 된다. 이 회전계에서 보면 자기장 \vec{B} 가 물체의 운동에 주는 영향은 무시 할 수 있음을 보여라. 단, 자기장 \vec{B} 의 크기는 약하고 점기장은 $\vec{E} = E(\vec{r})\hat{z}$ 로 표현된다라고 가정한다.

< 전기역학 >

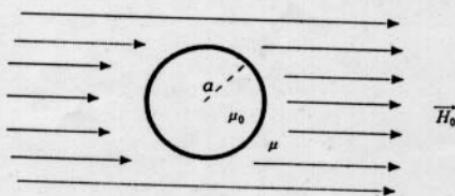
1997. 1. 18.

3. 그림과 같이 전하 q 와 반경 a 의 원형고리가 z 축상의 점 $z=b$ 에 놓여 있다.



- 가) 점 P ($z=r$)에서의 진위를 구하라.
 나) 임의의 점 (r, θ) 에서의 진위를 구하라.
 다) $r > a$ 일 때 이 계의 쌍극자 모멘트의 크기와 방향을 구하라.
 라) $z=b$ 위치에 반경이 $a+\delta$ ($\delta \ll a$), 전하가 $-q$ 이며 중심이 같은 다른 고리를 놓았을 때 임의의 점 (r, θ) 에서 이 계의 총준위를 구하라.
 마) $r > a, c$ 이고 $p = q\delta$ (상수)일 때 이 계의 쌍극자 모멘트의 크기와 방향을 구하라.

4. 그림과 같이 선형이고 균질하며 투과성(permeability)이 μ 인 물질에 z 방향으로 자기장 \overrightarrow{H}_0 가 걸려 있다. 이 때 반경이 a 인 구를 파내어 전공을 만들었다고 하자.



- 가) 이 텅빈 구 안에서 자기 스칼라 포텐셜을 구하라.
 나) 구 안에서의 자기장 \overrightarrow{B} 를 구하라.
 다) 구의 안과 밖에서의 자기유도 \overrightarrow{B} 를 구하고 \overrightarrow{B} 와 \overrightarrow{B} 의 선속을 전 공간에서 (특히 구 근처에서) 그리라.

5. 쌍극자 방사 문제에서 일차원 전기 쌍극자 모멘트 $\vec{p} = p_0 \hat{x} \cos(\omega t) = p_0 \hat{x} R e^{[e^{-i\omega t}]}$ 로 주어질 때 벡터포텐셜은 $\vec{A}(\vec{r}, t) = R c \vec{i} - i k p_0 \hat{x} \frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r} = \frac{k p_0}{r} \hat{x} \sin(kr - \omega t)$ 이 된다.

여기서 $r = |\vec{r}|$, $k = \frac{\omega}{c}$ 이다.

- 가) 이 때 방사(radiation) 영역에서의 자기장과 전기장을 $1/r$ 항까지 구하라.
 나) 원점에 양전하 Q 가 고정되어 있고 그 주위를 $x-y$ 평면 상에서 원운동(반경 A , 각속도 ω)하는 음전하 $-Q$ 로 이루어진 계를 생각하자. $t=0$ 일 때 음전하 $(A, 0, 0)$ 점에 있다고 할 때 이 계의 자기장을 $1/r$ 항까지 구하라(힌트: 중립원리를 사용).
 다) 이 계에서의 Poynting 벡터 \vec{S} 를 구하라. 또 표면 적분에 의하여 구한, 시간평균된 방사일률(radiation power) P 를 구하라.
 라) 가속도 a 로 운동하는 전하 q 의 방사에 의한 일을 손실은 $\frac{2q^2a^2}{3c}$ 로 주어진다(Larmor 공식). 이 식을 이용하여 나) 계에서의 방사일률 손실을 구하고 이 결과를 다)의 결과와 비교하라.

1991학년도 서울대학교 대학원 자격시험문제

전공: 물리학 (석박사과정)

(통계역학)

1992. 1. 18.

4. 자기모멘트 μ , 스핀 $\frac{1}{2}$ 인 입자가 2개씩 쌍을 이루고 있고 한 쌍의 해밀토니안은

$$H = J(\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2 - \mu H(S_1^z + S_2^z) \text{ 이다.}$$

$$(S_1^z = S_2^z = \frac{3}{4}, S_1^x = \pm \frac{1}{2}, S_2^x = \pm \frac{1}{2}).$$

가) 위 해밀토니안의 고유치를 $E = JS(S+1) - \mu HS_z$ 로 쓸 때 S 와 S_z 가 취하는 값들은?

나) 한 쌍에 대한 분배함수(partition function)는?

다) 이러한 쌍이 단위 체적당 N 개가 있고 이를 쌍 사이의 상호작용은 무시할 수 있다고하자. $H=0$ 에서의 자기감수율(magnetic susceptibility)을 구하라.

라) 위의 N 쌍이 $H=0$ 일 때 기여하는 비열 C_H 를 구하고 이를 온도의 함수로 그려라.

5. 부피 V 내에서 스핀 0이며 상호작용을 하지 않는 N 개의 보존(boson)을 생각하자.

가) 온도 T 가 거의 0인 경우 대부분의 입자들은 기지 상태에 있다 (이를 Bose-Einstein condensation이라 하며 이 때의 상전이온은 T_E 를 한다). 보존의 분포 함수를 구하고 $T < T_E$ 인 경우 화학포텐셜의 온도 의존성을 구하라 (기지상태 에너지 = 0 으로 하라).

나) $T < T_E$ 인 경우 이 계의 에너지의 온도의존성을 구하라. 단, 상태밀도는 $D(\epsilon) = \frac{V}{4\pi} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2}$ 이다.

다) 위의 결과를 이용하여 $T < T_E$ 인 경우 비열의 온도 의존성을 구하라.

라) 보존과 페르미온(fermion) 계의 분포함수를 쓰고, 분포함수의 온도에 따른 분포상태를 그려라. 또 어떤 경우에 이를 분포가 고진적인 분포를 나타내는가?

1991학년도 서울대학교 대학원 자격시험 문제

전공: 물리학 (석박사과정)

<양자역학>

1991. 1. 18.

1. 일차원 운동을 하는 입자가 다음 포텐셜에 의하여 구속되어 있다.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & ; -a/2 < x < a/2 \\ \infty & ; x \leq -a/2, a/2 \leq x \end{cases}$$

- 가) 이 입자의 파동함수, 바닥상태와 첫 번째 들뜬 상태에서의 에너지를 구하라.
 나) 이때 바닥상태에서와 첫 번째 들뜬 상태에서의 불화 정성의 제곱이 같은지 다른지를 계산으로 보이라.
 다) 두 입자 중 한 입자가 바닥상태에, 다른 입자는 첫 번째 들뜬 상태에 있고, $V' = (\epsilon/a^2) x \cdot y$ 의 상호작용을 한다 (x, y 는 두 입자의 좌표). 이 V' 에 의하여 유도되는 에너지의 이동을 $\mathcal{O}(\epsilon)$ 까지 계산하라.

2. 전자 (e^-)와 양전자 (e^+)가 수소원자와 같이 구속된 입자를 positronium이라 한다. 이 원자의 최저에너지 준위는 다음과 같은 해밀토니안에 의하여 정해진다고 하자.

$$H_n = A \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

(1, 2는 각각 e^- , e^+ 를 나타냄).

여기에 외부자기장 B 를 걸어주면, $H' = \mu_B B (\sigma_{1z} - \sigma_{2z})$ 의 관계에 의한 에너지가 증가된다. 이때 μ_B 는 Bohr magneton이다.

- 가) $B=0$ 인 경우, 두 에너지 1^3S 와 1^1S 상태 사이의 에너지 차가 2×10^5 MHz 일 때 A 를 구하라.
 나) positronium은 소멸하여 광자로 변한다. 에너지보존 법칙과 운동량 보존법칙을 이용하면 소멸된 광자는 반드시 2개 또는 그 이상이 되어야 함을 보이라.
 다) $B \neq 0$ 인 경우 에너지 고유치를 구하라.
 라) (다)의 경우 고유함수는 어떻게 되는가?

3. 반지름 R 인 원의 형태의 금속 고리를 따라 자유롭게 움직이는 질량 m 인 전자를 생각하자. 고리는 충분히 가늘이 지름 방향의 운동은 무시할 수 있고, 따라서 전자의 위치는 각도 φ 로 표시할 수 있다.

- 가) 전자의 상태벡터 $| \psi \rangle$ 가 만족하는 쉬레딩거 방정식을 각운동량 연산자 L 을 써서 나타내고, 위치공간에서 상태함수 $\psi(\varphi)$ 의 가장 일반적인 풀이를 구하라.
 나) 여기서 $|\psi(\varphi)|^2$ 이 흄값을 (single valued) 가져야 하는 이유를 설명하고, 균일한 상태함수를 가능한 풀이로 택하면, 경계조건은 어떻게 되는지 설명하라.
 다) 고리에 전자가 모두 N 개 있을 때, 바닥상태에서 계의 전체 각운동량의 값은 얼마인가? 이 때 전자 사이의 상호작용 및 스핀은 무시하라.
 라) 여기에 $V(\varphi) = -V_0 \cos(6\varphi)$ 의 섭동이 가해졌을 때, 전체 에너지 준위는 1차 섭동까지 고려하면 어떻게 되는가?
 마) 라)의 경우에 해당하는 고유함수를 구하라.