소속대학원		학 번		성 명		감독교수확인	인

물리학과 대학원 자격시험

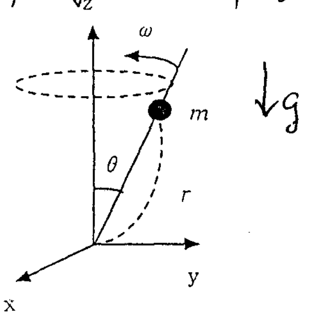
1 30회

과목명 (역학 1) 1999. 1. .

1. 각 시험지 마다 학번과 성명을 반드시 기입할 것.
2. 풀지 않은 시험지도 반드시 제출할 것.
3. 답안은 시험지에 직접, 앞면과 뒷면 순으로 기입할 것. (단, 뒷면의 빗금친 부분은 절대 사용 불가)
4. 추가의 답안지 필요시엔 감독자에게 요청하되, 각 문항 당 별개의 추가 답안지를 작성할 것.

** 위의 준수 사항을 위반하여 돌아오는 불이익은 전적으로 본인의 책임임.

굵기를 무시할 수 있는 가느다란 막대에 질량이 m인 구슬이 하나 꿰어 있다. 이 구슬은 막대를 따라 마찰 없이 움직일 수 있다고 하자. 막대의 아래 끝은 원점에 고정되어 있고, z-축과는 각도 θ를 이루고 있다. 이제 막대가 z-축을 중심으로 ω의 각속도로 돌고 있을 때 다음 물음에 답하라. (중력은 $-g\hat{z}$ 방향, θ와 ω는 고정)



(가) Cartesian 좌표 x, y, z를 일반 좌표 r 로 표현하라. (3점)

(나) 이 계의 Lagrangian을 쓰고, effective potential $U_{eff}(r)$을 찾으라. (4점)

(다) 이 계에서 보존되는 양은 무엇인가? (4점)

(라) 원점을 제외하고, 구슬이 막대 위에서 움직이지 않고 정지해 있을 수 있는 위치를 구하라. (4점)

역학 2

질량이 8000 kg인 속이 꽉찬 원기둥 모양의 통신위성이 기둥축을 중심으로 ω_0 = 1 rad/s (약 9.55rpm)의 각속도로 회전하고 있다. 위성의 길이와 단면지름은 각각 2 m이다. 우주인이 작업 도중 실수로 이 위성에 충격을 가하여 그 결과, 회전축에 수직한 방향으로 200 N · m의 돌림힘(torque)이 0.1 s 동안 가해졌다. 원기둥 중심축을 제 3축, 가해진 돌림힘의 방향을 제 1축이라 하면, 이 후의 운동은 외력이 없는 대칭 물체의 오일러 방정식에 의해 아래와 같이 주어진다.

$$I_1 \dot{\omega}_1 = (I_1 - I_3)\omega_2\omega_3,$$
$$I_1 \dot{\omega}_2 = (I_3 - I_1)\omega_1\omega_3,$$
$$I_3 \dot{\omega}_3 = 0$$

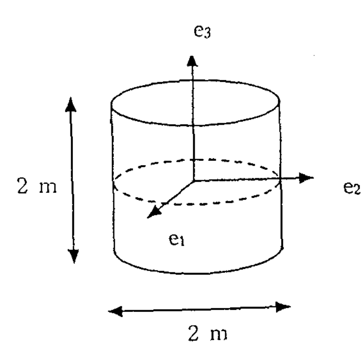
여기서 ω_i 는 원통의 세 주축 (principal axes)에 대한 각속도이고, I_i 는 질량중심에 대한 관성모멘트의 해당 주축 성분이다.

(가) 질량중심에 대한 관성모멘트 I_1 와 I_3 를 구하라. (4점)

(나) 충격 직후의 초기 각속도는 $\vec{\omega} = \omega_0\,\hat{e}_3 + \omega'\,\hat{e}_1$ 으로 표현된다. 여기서 $\hat{e}_i$ 는 물체의 주축 방향의 단위 벡터이다. ω'을 구하라. (3점)

(다) 각속도의 크기 $\omega = |\vec{\omega}| = \sqrt{\omega_0^2 + \omega'^2}$ 는 일정함을 보여라. (4점)

(라) 통신 위성의 중심축은 각운동량 벡터를 중심축으로 하는 원뿔면을 따라 옆돌기 (세차, precession) 운동을 한다. 이 옆돌기운동의 각속도 Ω, 그리고 각운동량 벡터에 대하여 위성의 중심축이 기울어진 각도 α를 구하라. (4점)



소속대학원		학 번		성 명		감독교수확인	인

물리학과 대학원 자격시험

과목명 (전자기학 1) 1999. 1 . .

반경이 각각 a, b 이고 길이가 ℓ 인 두 개의 평행한 실린더 형태의 도선이, 중심간의 거리 d (d, ℓ >> a, b) 만큼 떨어져 있다. 각각의 도선은 $+Q$와 $-Q$로 하전 되어 있다. ($\lambda \equiv Q/\ell$) 다음 물음에 답하라.

(가) 단위 길이당 전기용량 (capacitance)를 구하라. (5점)

(나) 전하량을 일정하게 유지할 때, 단위 길이당 작용하는 도선 사이의 힘을 구하라. (5점)

(다) 이제 두 도선을 그 전위를 일정하게 유지하면서 (즉, 처음 충전시 이용했던 전지에 다시 연결하여) 도선 사이의 거리를 미소량인 Δx 만큼 변화시킬 때, 하전 전하량의 변화값 ΔQ 은? (5점)

(라) 이 경우 (도선 사이의 전위를 일정하게 유지할 때), 도선 사이에 작용하는 힘은 얼마인가? (나)의 결과와 비교하라. (5점)

전자기학 2

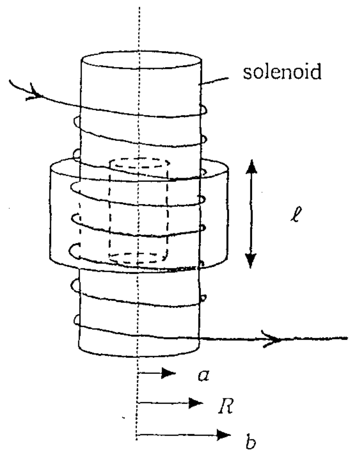
길이가 매우 길고 반경이 R인 솔레노이드의 안쪽과 바깥쪽에, 길이는 ℓ 이고 반경이 각각 a ($< R$), b ($> R$)인 두 개의 원통형 실린더가 놓여 있다. 이 때 내부와 외부의 실린더는 각각 $+Q$와 $-Q$로 대전되어있고, 솔레노이드에는 도선이 단위 길이당 N회 감겨져 있으며 I 라는 크기의 전류가 계의 위쪽에서 볼 때 반시계 방향으로 흐르고 있다 (그림 참조). 관련된 벡터 양들의 크기 및 방향을 모두 고려하면서 다음 물음에 답하라. 단, edge 효과는 무시한다.

(가) 솔레노이드 내부의 자기장 $\vec{B}$와, 두 실린더 사이의 전기장 $\vec{E}$를 구하라. (5점)

(나) 전자기장의 단위 부피당 운동량 (즉, 운동량 밀도)은 $\vec{p} = \frac{1}{4\pi c}\vec{E}\times\vec{B}$ 이다. 이 계의 각운동량 밀도 (angular momentum density)를 구하라. (5점)

(다) 일정하게 흐르던 전류가 점차 감소하면, 내부와 외부의 실린더들이 회전하게 된다. 이 경우에 두 원통에 유도되는 전기장을 $\dot{I}$ ($\equiv \frac{dI}{dt}$) 의 함수로 구하고, 전류가 0이 되었을 때 원통들의 각운동량을 구하라. (5점)

(라) (나)와 (다)의 결과를 비교하여 물리적인 의미를 설명하라. (5점)



전자기학 3

정지 좌표계 (lab frame) K에 무한히 긴 원형 도선 (반경은 r_0)이 있다. 이 도선에 전류 I가 $+z$ 방향으로 흐르고 있다. 도선은 대전되어 있지 않으며, 따라서 전류는 전하 선밀도 $-\lambda$ 인 전자들이 일정한 속도 $-u\hat{z}$ 로 움직여 생긴 것이며, 도선에는 $+\lambda$ 의 전하 선밀도를 갖는 정지된 양이온들이 균일하게 분포하여 있다. 이제, 정지 좌표계 K에 대해 일정한 속도 $+v\hat{z}$ 로 움직이는 좌표계 K'을 생각하자. K' 좌표계에서 다음 물음에 답하라.

(가) 전자와 양이온의 속도를 구하라. (5점)

(나) 도선 밖에서의 전기장과 자기장을 구하라. (5점)

(다) (나)의 결과로부터 총 전하 선밀도를 구하라. (5점)

(라) 전자 및 양이온 각각의 선밀도를 구하여, 그 결과를 (다)의 총전하 선밀도와 비교하여 설명하라. (5점)

총 매중 매

소속대학원		학 번		성 명		감독교수확인	인

물리학과 대학원 자격시험

과목명 (양자역학 1) 1999. 1. .

1. 각 시험지 마다 학번과 성명을 반드시 기입할 것.
2. 풀지 않은 시험지도 반드시 제출할 것.
3. 답안은 시험지에 직접, 앞면과 뒷면 순으로 기입할 것. (단, 뒷면의 빗금친 부분은 절대 사용 불가)
4. 추가의 답안지 필요시엔 감독자에게 요청하되, 각 문항 당 별개의 추가 답안지를 작성할 것.

** 위의 준수 사항을 위반하여 돌아오는 불이익은 전적으로 본인의 책임임.

일차원 공간에서 움직이는 입자의 해밀토니안 연산자가 아래와 같이 주어진다.

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + V(\hat{x})$$

(가) (6점) 하이젠버그-표현 아래에서의 연산자 $\hat{p}_H(t)$와 $\hat{x}_H(t)$를 정의하고, $\frac{d}{dt}\hat{p}_H(t)$와 $\frac{d}{dt}\hat{x}_H(t)$를 계산하여 이들이 만족하는 운동방정식을 구하라.

이제 입자가 균일한 전기장이나 중력장에 놓여서 포텐셜 에너지가 $V(\hat{x}) = -a\hat{x}$ 로 나타낼 수 있을 때, 다음 질문들에 답하라.

(나) (7점) 위의 운동 방정식을 풀어 $\hat{p}_H(t)$와 $\hat{x}_H(t)$를, $\hat{p}_H(t=0)\equiv\hat{p}$와 $\hat{x}_H(t=0)\equiv\hat{x}$ 로 나타내어라.

(다) (7점) t=0에서의 파동함수가 $\hat{p}$의 고유함수인

$$\psi(x,t=0) = \left(\frac{1}{2\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} e^{ip_0x/\hbar} \quad (p_0\text{은 상수})$$

로 주어질 때, (나)의 결과를 이용하여 $t>0$ 에서의 파동함수 $\psi(x,t)$를 구하라. 단, $\psi(x,t)$는 슈뢰딩거 방정식의 해로서 아래의 식을 만족한다.

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - ax\right\}\psi$$

양자역학 2

스핀 1/2을 갖는 두 개의 동일한 fermion이 $V(\vec{r_i}) = \frac{1}{2}m\omega^2 r_i^2$ 라는 포텐셜 안에 있는 계를 생각하자. 두 입자 사이에는 $c(\vec{r_1}-\vec{r_2})^2$ 라는 포텐셜로 표시되는 상호 작용이 있다. 다음 물음에 답하라.

(가) 이 계에 대한 슈뢰딩거 방정식을 쓰고, 이를 질량중심 좌표계와 상대 좌표계의 식으로 변환하라. (5점)

(나) 질량중심 운동과 상대 운동, 각각에 대한 고유 에너지를 구하라. (5점)

(다) c > 0 인 경우, 전체계의 바닥 상태와 첫 번째 들뜬 상태의 에너지와 겹침(degeneracy)의 수를 구하라. (5점)

(라) c < 0 (단, $m\omega^2+4c>0$)인 경우에 대하여도, (다)의 질문에 답하라. (5점)

양자역학 3

질량 m 인 입자가 다음과 같은 포텐셜을 갖는 이차원의 상자 안에서 움직이고 있다.

$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{if } 0<x<a \text{ and } 0<y<a \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

(가) 슈뢰딩거 방정식을 써서, 에너지 고유함수와 고유치들을 구하라. (5점)

(나) 바닥 상태와 첫째 들뜬 상태들의 에너지를 구하고, 그 상태들의 축퇴에 대하여 논하라. (5점)

이제 위의 포텐셜에 아래와 같이 주어지는 작은 섭동이 주어졌다.

$$H_1 = \begin{cases} V_0 & \text{for } 0<x<a/2 \text{ and } 0<y<a/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(다) 바닥 상태의 고유에너지에 대한 1차의 correction을 구하라. (5점)

(라) 첫째 들뜬 상태의 고유에너지에 대한 1차 correction을 구하라. (5점)

소속대학원		학 번		성 명		감독교수확인	인

물리학과 대학원 자격시험

과목명 (열 · 통계역학 1) 1999. 1. .

N+1 개의 큰 물통 M_0, M_1, M_2, · · · M_N 안에 물이 들어 있다. 각 물통안의 물의 온도는 T_0, T_1, T_2, · · · T_N 이다. 이 때 n = 1, 2, 3, · · · n 에 대해 $T_n > T_{n-1}$ 이고, $T_n / T_{n-1} = \alpha$ (상수) 이다. 처음 T_0 의 물통 안에 열들이(열용량)의 값이 C (온도에 무관한 상수)인 물체 A가 열비김 상태에 있다. 이제 이 물체 A를 온도 T_1 인 물통 M_1 으로 옮겨 열비김 상태에 도달하게 한다. 다시 A를 같은 방법으로 되풀이하여 $M_1 \to M_2 \to \cdots \to M_N$ 의 순으로 온도 T_N 인 물통 M_N 까지 옮겨 놓는다. 이 과정에서 외부와의 열출입은 없다고 가정하고, 또한 물의 열용량이 충분히 커서 각 물통에 있는 미소한 물의 온도 변화는 무시하기로 하자.

(가) 이 과정에서 발생한 계 (물체 A와 N+1 개의 물통들)의 엔트로피의 변화를 구하라. (4점)

(나) 이제 위의 과정을 거꾸로하여 $M_N \to M_{N-1} \to \cdots \to M_1 \to M_0$ 의 순으로 A를 이동시켜 A의 온도가 다시 T_N에서 T_0 으로 돌아 왔을 때, 이 계에 나타나는 엔트로피의 변화량은 얼마인가? (4점)

(다) (가)와 (나)의 두 과정을 합친 전 과정에서의 엔트로피 변화량은 증가, 감소, 변화 없음 중 어느 쪽인가? 답과 함께 그 물리적 이유를 간단히 설명하라. (4점)

(라) 물통 M_0의 온도 T_0 와 M_N 의 온도 T_N을 고정시킨 채로 물통의 개수를 아주 많게 할 때 (즉, $N \to \infty$), (다)의 총 엔트로피 변화는 어떻게 되는가? 또 그 물리적 이유를 간략히 설명하라. (3점)

열 · 통계역학 2

바닥 넓이가 A, 높이가 H인 원통 그릇안에 N개의 분자로 이루어진 이상 기체가 담겨 있다. 이 기체는 중력가속도 g인 중력마당 안에서 절대 온도 T에서 열비김 상태에 있다. 기체 분자의 질량을 m이라 하고 다음 물음에 답하라.

(가) 바닥에서부터 높이 z 되는 지점에서의 압력 $p(z)$는

$$p(z) = nmgH \frac{\exp(-\frac{mgz}{kT})}{1-\exp(-\frac{mgH}{kT})}$$

임을 보여라. 이 때 n은 입자 밀도로서 $n = N/(HA)$ 이다. (4점)

(나) T = 0 일 때, 이 기체가 바닥에 미치는 압력을 구하라. (3점)

(다) 온도가 아주 높으면, 압력의 0차 어림값은 무중력 상태에서의 이상 기체가 갖는 압력 p_{ideal} 과 같아짐을 보여라. (4점)

(라) 온도가 높은 경우 압력의 1차 어림식은

$$p(z) - p_{ideal} = \frac{Nmg}{A}\left(\frac{1}{2} - \frac{z}{H}\right)$$

됨을 보이고, 이 식의 의미를 논하라. (4점)

(참고식: $\int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot \cdot (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$)

총 매중 매