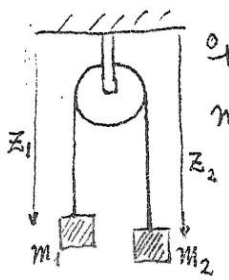
1990학년도 서울대학교 대학원 입학시험 문제

전공 : 물리학 (석사 과정)

1989. 11. 25.

(Page 1)

1. 그림과 같이 길이 l인 실에 질량 m_1과 m_2가 도르레에 의해 매달려진 Atwood machine이 있다.



$m_2 > m_1$

가) 도르레의 질량을 무시할 때 Newton의 공식으로부터 m_1, m_2의 운동방정식 및 줄의 장력 T를 구하라.

나) d'Alembert의 principle of virtual work에 의해 $\ddot{z}_1$, $\ddot{z}_2$ 및 장력 T를 구하라.

다) 이 계의 Lagrangian을 구하고 이로부터 운동방정식을 유도하라.

라) 도르레의 반경을 R, 중심축에 대한 관성능률을 I라 할 때 m_1과 m_2의 운동방정식과 장력 T를 구하라.

2. 3차원에서 중심력

$\vec{F} = f(r)\hat{r}$, $\left(r = \sqrt{x^2+y^2+z^2},\ \hat{r} = \frac{1}{r}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})\right)$

의 영향아래 질량 m인 물체가 운동하고 있다.

가) 이 물체의 운동을 항상 2차원 운동으로 기술할 수 있음을 밝혀라.

나) 이 물체의 운동면을 x-y 평면으로 택할 때 운동방정식을 극좌표 r과 θ ($\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$)로 표시하라.

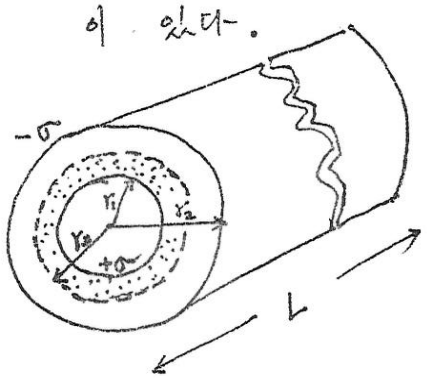
다) 위의 결과를 이용하여 에너지 및 각운동량 보존법칙을 r과 θ를 써서 나타내라.

라) 힘이 $\vec{F} = -\frac{K}{r^2}\hat{r}$ 처럼 주어졌다고 하자. 이 때 각운동량 값이 l로 정해졌을 때 물체가 가질 수 있는 최소 에너지 값은? 또 최소 에너지에 해당할 때 물체는 어떤 운동을 하는지 말하라.

1990학년도 서울대학교 대학원 입학시험 문제
전공 : 물리학 (석사 과정)
1989. 11. 25.

(Page 2)

3. 그림과 같은 coaxial cable 이 있다.



내부도선의 반경은 r_1, 외부도선의 반경은 r_2 이며 두 도선사이 r_1에서 r_3 ($r_1 < r_3 < r_2$) 까지는 유전상수 K인 절연체이고 나머지 부분은 공기층이다. Cable의 길이 는 L ($>> r_2$) 이다.

가) 이 Cable을 선전하밀도 σ로서 그림과 같이 대전시켰을때 절연체 영역과 공기층 영역에서의 각각의 전장 ($\vec{E}$), electric displacement ($\vec{D}$), 및 polarization ($\vec{P}$)를 구하라.

나) 이 Cable의 Capacitance 는?

다) 내부도선과 외부도선 사이에 전지를 연결, 일정 전압 V를 유지한 상태에서 외력을 가하여 절연층을 완전히 빼내었다. 이 과정에서 전지가 한 일, 외력이 한 일을 각각 구하라.

(단: 절연층과 내부도선 간의 마찰력은 무시하라. Sign을 분명히 할 것.)

4. C.G.S. 단위계에서 Maxwell 방정식은 다음과 같다.

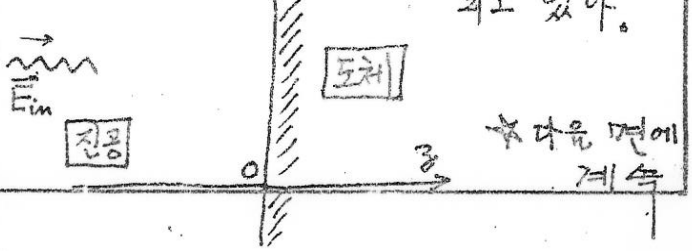
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 4\pi\rho \quad , \quad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \quad , \quad \vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

여기서 $\vec{B} = \mu\vec{H}$, $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ 이며 μ 및 ϵ 는 투과율 및 유전율이다.

가) 진공 중에서의 $\vec{E}$에 관한 파동방정식을 구하라. 또 plane wave $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$ 에서 $|\vec{k}|$와 ω 사이의 관계식을 구하라.

그림과 같이 도체가 $z>0$ 의 half-space를 차지하고 있다. 이 때 왼쪽으로 부터 $\vec{E}_{in}(\vec{r},t) = E_0\hat{e}_x e^{i(kz-\omega t)}$ 전기장을 갖는 plane wave가 입사되고 있다.



* 다음 면에 계속

4.(계속)

나) 반사 파의 전기장과 자기장을 구하라. (크기 와 방향을 표시 할 것)

다) 도체의 표면에 생기는 surface current 의 크기와 방향을 구하라.

라) 도체의 표면에 유도되는 전하 밀도를 구하라.

5. 1 mole 의 기체가 있다.
이 기체에는 분자의 크기에 상당하는 강한 미는 힘(repulsive)이 있으며 또 서로 잡아 당기는 약한 힘이 꽤 먼 거리에 까지 미친다. 이 기체의 상태 방정식은

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT$$

로 어림된다. 위에서 p는 압력, v는 몰당 부피, T는 절대온도, R은 기체 상수이다. a 와 b는 미는 힘과 끄는 힘에 관계되는 양(positive)의 상수이다.

가) 분자의 크기가 분자당 부피 ($\equiv \frac{v}{N_A}$; N_A는 아보가드로 수) 에 비하여 아주 작으면 상태 방정식은 더욱 어림된다. (approximated)
a 와 b 중에서 어느 것을 먼저 무시 할 수 있는가?

나) 이 기체를 처음부피 v_i 에서 나중부피 v_f ($> v_i$)로 단열 자유 팽창시킨다.(즉 열을 차단 한 채 진공중으로 팽창시킨다.) 이 과정에서 불변하는 열역학적 양은 무엇인가? 그 답에 대한 이유를 간단히 써라.

다) 이 과정에서 엔트로피는 증가, 불변 또는 감소하는가? 그 이유는?

라) 이 과정에서 온도는 증가, 불변, 또는 감소하는가? 그 이유는?

6. 고체 표면에 흡착하는 기체 분자들에 대한 간단한 이론적 모형에서는 고체 표면에 일정한 수의 동일한 흡착원들이 있고 각 흡착원에는 최대한 한 개의 기체 분자가 흡착할 수 있으며 일단 흡착된 분자들은 더 이상 움직이지 않고 붙잡혀 있다고 가정한다. ★ 다음 면에 계속 ★

6.(계속)

흡착원의 수를 N, 흡착된 분자수를 n 이라 할 때 다음 물음에 답하라. (단: Boltzmann 상수를 k_B, 기체 분자의 질량을 m 이라 한다.)

가) 흡착된 한 분자의 분배함수를 $Z(T)$ 라고 할 때 n 개의 흡착된 분자로 된 계의 분배함수를 구하라.

나) 이 계의 Helmholtz 자유에너지를 구하라 (힌트: Stirling 의 근사를 사용한다.)

다) 이 계의 Chemical potential μ_a 를 구하라.

라) 압력 P 인 이상기체의 화학적 위치에너지 (Chemical potential) 는

$$\mu_g = k_B T \ln\left[\frac{h^3}{(2\pi m k_B T)^{3/2}} \frac{P}{k_B T}\right]$$

라고 하자.

이상 기체와의 평형상태에서 $\frac{n}{N}$ 을 T 와 P 의 함수로 표시하라.

(이 때 T 를 고정하면 $\frac{n}{N}$ 과 P 의 관계는 Langmuir 의 등온흡착곡선이 된다.)

1990학년도 서울대학교 대학원 입학시험 문제

전공 : 물리학 (석사 과정)

1989. 11. 25.

(양 자 역 학) Page 1

7. isotropic 한 3차원 조화진동자의 Hamiltonian 은 다음과 같이 주어진다.

$$H_0 = \frac{1}{2m}\left[p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right] + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2+y^2+z^2)$$

여기에 perturbation interaction $H_1 = \frac{1}{2}m\Delta^2 z^2$ 이 가해진 경우를 생각하자.

가) Unperturbed Hamiltonian H_0 의 에너지 eigenvalue를 낮은 순서로 3 개만 쓰고, 각 level의 degeneracy 수를 표시하라.

나) 1차 섭동이론을 이용하여 H_1 때문에 생기는 기저상태(ground state)의 에너지 eigenvalue 변화를 구하라.

다) 이 문제의 perturbed Hamiltonian $H = H_0 + H_1$ 에 대하여는 exact energy eigenvalue 를 구할 수 있다. 기저 상태의 exact energy 를 구하고 $\Delta/\omega \ll 1$ 인 limit 에서 위의 섭동이론에 의한 결과와 일치함을 보여라.

(Hint : 1차원 조화진동자의 creation operator $\hat{a}^\dagger|n\rangle = |n+1\rangle$, $\hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} - \frac{i\hat{p}}{m\omega}\right)$)

8. 수소와 같이 원자핵 주위에 한개의 전자가 돌고 있는 원자는 균일한 자기장 $\vec{B} = (0,0,B)$ 가 가해졌을 때, 대략 다음과 같은 Hamiltonian 에 의하여 기술 된다.

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{Ze^2}{r} - \frac{e}{2mc}\vec{B}\cdot\vec{L} - \frac{e}{mc}\vec{B}\cdot\vec{S} + f(r)\vec{L}\cdot\vec{S}$$

여기서 Z 는 원자핵의 전하수, $\vec{L}$ 은 전자의 궤도 각운동량, $\vec{S}$ 는 전자의 spin 각운동량, $f(r) = \frac{1}{2m^2c^2r}\frac{dV}{dr}$ 로서 r 만의 함수로 표시된다. 다음 물음에 답하라.

가) 외부 자기장 $\vec{B}$ 가 없고 스핀 $\vec{S}$ 의 영향을 무시할 때 전자의 에너지는 E_n, 그 고유상태의 파동함수는 $\Psi_{n l m_l m_s} = R_{nl}(r)\,Y_{l m_l}(\theta,\varphi)\,\chi_{\frac{1}{2} m_s}$ 로 표시할 수 있다. 여기서 양자수 n, l, m_l, m_s 는 각각 어떤 값을 가질 수 있는가?

나) 외부 자기장이 클 경우 전자의 에너지를 구할 때 마지막 항을 무시할 수 있다.

* 다음면에 계속 *

1990학년도 서울대학교 대학원 입학시험 문제
전공 : 물리학 (석사 과정)
1989. 11. 25.

(양자역학 page 2)

8. (계속)

전자가 L 각의 p 상태 ($n=2, l=1$)에 있다면 어떠한 에너지 값들을 가질 수 있는가 ?

다) 위의 에너지 갈라짐은 Zeeman 효과에 의하여 실험적으로 측정할 수 있다. 전이할 수 있는 조건이 $\Delta m_l = 0, \pm 1$, $\Delta m_s = 0$ 로 주어진다고 하면 전자가 L 각의 2p level 로부터 K 각의 1s level 로 전이할 때 얻어지는 line spectrum 의 에너지들을 구하라.

라) 마지막 항인 스핀-궤도(Spin-orbit) interaction 이 생기는 원인을 간단히 설명하라. 또한 외부 자기장이 없을 때 ($B=0$) $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ 이 적합한 각 운동량 임을 보이고 $l \neq 0$ 일 때 스핀-궤도항에 의한 에너지 갈라짐 (Splitting)을 구하라.