1997학년도 서울대학교 대학원 입학시험문제

Pn-1

전공: 물리학 (석사과정)

1996. 11.23.

1. 3차원에서 $\vec{r}=0$점을 중심으로 조화 운동을 하는 질량 m인 물체의 운동 방정식은

$m\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}=-k\vec{r}$ (k는 양의 상수이며 $\vec{r}=(x,y,z)$임) 처럼

쓸 수 있다. 다음 물음에 답하라.

(가) 초기 조건이 $\vec{r}(t=0)=\vec{r_0}$, $\vec{v_0}=\frac{d\vec{r}}{dt}(t=0)$일때 $t\geq 0$

에서 이 물체의 운동은

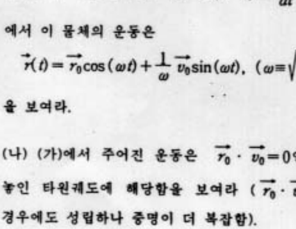
$\vec{r}(t)=\vec{r_0}\cos(\omega t)+\frac{1}{\omega}\vec{v_0}\sin(\omega t)$, $(\omega=\sqrt{\frac{k}{m}})$처럼 주어짐

을 보여라.

(나) (가)에서 주어진 운동은 $\vec{r_0}\cdot\vec{v_0}=0$인 경우 평면상에 놓인 타원궤도에 해당함을 보여라 ($\vec{r_0}\cdot\vec{v_0}\neq 0$인 일반적인 경우에도 성립하나 증명이 더 복잡함).

(다) 초기에 어떤 조건을 만족할 때 반경 R_0인 원궤도가 되는가?

2.



왼쪽의 그림과 같이 A, B, C점을 지나는, 사이클로이드 형태를 가진 가는 철사에 질량 m을 가진 구슬이, 끼워져 마찰없이 철사를 따라 움직인다. 이때 사이클로이드 형태의 철사는 다음 방정식을 만족한다:

$x=h(\theta-\sin\theta)$, $z=h(1+\cos\theta)$, $(0\leq\theta\leq 2\pi)$.

이때 A점은 $\theta=0$, B점은 $\theta=\pi$, C점은 $\theta=2\pi$에 해당된다. 다음 물음에 답하라.

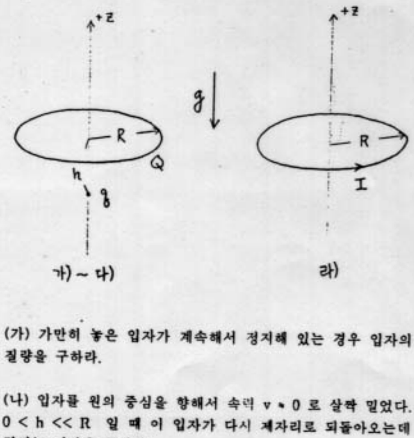
(가) 구슬을 A 점에서 속도없이 놓았을때 임의의 점에서의 운동 에너지를 m, h, θ, $\dot{\theta}$ $(=\frac{d\theta}{dt})$으로 표시하라. 이때 B 점에서의 구슬의 속력은 얼마인가? 또 이때의 $\dot{\theta}$은?

(나) 이 운동 방정식을 θ의 함수로 표시하라 (Lagrangian을 쓰면 편함).

(다) 이 운동이 단순조화 진동으로 표시됨을 보이고 그 주기를 구하라 (힌트: $u\equiv\cos(\frac{\theta}{2})$로 치환하고 u에대한 운동 방정식을 구해보면 된다).

3. 그림과 같이 반지름 R 인 원형의 균일한 선 전하분포(총전하 Q, Q > 0)가 있다.

전하 q(q < 0)로 대전된 입자를 원의 중심축상에 중심으로부터 거리 h 만큼 떨어진 위치에 가만히 놓았다. 중력가속도를 g, 공기중의 유전상수를 ε_0, 투자율을 μ_0 라고 하고 대전된 입자에 의한 전하분포의 변화는 없다고 가정한다.



가) ~ 다) 라)

(가) 가만히 놓은 입자가 계속해서 정지해 있는 경우 입자의 질량을 구하라.

(나) 입자를 원의 중심을 향해서 속력 v ≈ 0 로 살짝 밀었다. 0 < h << R 일 때 이 입자가 다시 제자리로 되돌아오는데 걸리는 시간을 구하라.

(다) 전하를 띈 입자 대신에 전기 쌍극자모멘트가 p (p 의 방향은 항상 +z 축 방향이다.)인 전기쌍극자를 중심축상에 가져다 놓을 때 안정되게 정지해 있을 수 있는 위치를 구하라. 단, 전기쌍극자의 질량은 무시한다.

(라) 이제 전하분포 대신에 반지름이 R 인 원형도선이 있고 도선에 직류전류 I 가 흐르고 있다.(전류의 방향은 위에서 보아서 시계바늘이 도는 반대방향이다.) 도선의 중심축에 자기쌍극자모멘트가 μ (μ 의 방향은 항상 +z 방향이다.)인 자기쌍극자를 가만히 가져다 놓을 때 안정되게 정지해 있을 수 있는 위치를 구하라. 자기쌍극자의 질량은 무시한다.

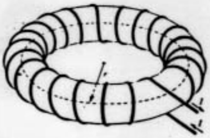
1997학년도 서울대학교 대학원 입학시험문제

전공: 물리학 (석사과정)

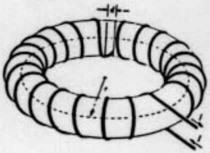
pn-2

1996. 11. 23.

4. 그림과 같이 중심부에서의 반지름이 R 인 도넛츠 모양의 철심에 도선이 N 회 감겨있는 토로이드(toroid)가 있다. 도선에 일정한 직류전류 I 가 흐를 때 다음 물음에 답하라. 이 철심의 상대투자율(relative permeability)을 K_m, 공기(진공)의 투자율을 μ_0 라고 한다.



가) ~ 나)



다)~라)

(가) 철심속에서의 자기마당(magnetic field) H 를 위치(반지름 r)의 함수로 구하라.

(나) 철심의 자기이력곡선(hysteresis loop)을 그리고 철심속의 자기다발밀도(magnetic flux density) B 가 철심내 위치에 관계없이 거의 일정해지는 이유를 설명하라.

(다) 오른편의 그림과 같이 철심을 일부 잘라내어서 간격이 d 인 갭(gap)을 만들었다. 토로이드의 외부로는 자기다발이 퍼져나가지 않는다고 하고 갭안에서의 자기마당 H' 의 크기를 구하라.

(라) 간격 d 의 갭이 있는 철심을 쓰면 철심을 쓰지 않았을 때에 비해서 같은 자기마당을 얻는데 얼만큼 전력소모가 줄어드는가? 갭의 간격이 클 때 ($K_m d >> 2\pi r$)와 작을 때 ($K_m d << 2\pi r$)의 두 경우에 대해 각각 구하라. 단, 도선의 굵기와 감은수 및 토로이드의 크기는 같고, 철심을 쓸 때는 전류를 조절하여 갭에서의 자기마당을 철심이 없을 때와 같게 만든다고 가정한다.

5. 최근 북한의 잠수함이 동해안에 출현한 것과 관련하여 다음의 문제를 생각해 보기로 한다.

(가) 전기전도도가 g, 유전율이 ε, 투자율이 μ 인 대전되지 않고 균일한 선형 매질내에서 각떨기수(angular frequency) ω 의 전자기파 $E(r,t) = E_s(r)e^{-i\omega t}$ 가 만족하는 파동방정식이

$$\nabla^2 E_s + \omega^2 \varepsilon \mu E_s + i\omega g \mu E_s = 0$$

이 됨을 맥스웰방정식

$$\nabla \times H = J + \partial D/\partial t$$

$$\nabla \times E = -\partial B/\partial t$$

로부터 보여라.

(나) z 방향으로 진행하는 평면파의 경우 $E_s = E_0 e^{ikz}$ 라고 놓고 해를 구하여 전기마당의 크기가 1/e 로 줄어드는 거리인 껍질깊이(skin depth) δ 를 $\omega, g, \varepsilon, \mu$ 를 써서 표시하라.

(다) 각떨기수 ω 인 전자기파의 매질내의 껍질깊이 δ 는 $\omega << g/\varepsilon$ 인 경우 $\delta \cong (2/\mu g \omega)^{1/2}$ 임을 보여라.

(라) 바닷물의 경우 자기감수율(magnetic susceptibility)은 0 이고 비저항(resistivity)은 0.25 Ωm 이다. 바닷물에서 껍질깊이가 1 m 이상이 되는 전자기파의 떨기수 f 의 범위를 구하라. 진공중에서의 유전상수와 투자율은 각각 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2/Nm^2$ 와 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A 이다.

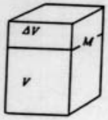
1997학년도 서울대학교 대학원 입학시험문제

전공: 물리학 (석사과정)

pn-3

1996. 11. 23.

6. 기체의 자유불음 (free expansion) 과정을 생각하자. 부피 V 인 그릇에 갇힌 $1mol$ 의 기체가 칸막이 M 을 떼어 냄에 따라 원래 진공이었던 ΔV 의 나머지 공간을 채운다. 전체 계는 열차단 되어 있다.



(가) 이 과정에서 보존되는 열역학적 함수 X 는 내부에너지 임을 보여라.

(나) 이 자유불음 과정에서 엔트로피의 증가율 $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_X$ 는? (일반적인 경우에 대하여 열역학 변수 또는 도함수로 나타 내어라.)

(다) 이 과정에서 온도 변화율 $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_X$ 를 일정부피 견줌열 (specific heat at constant volume) C_V 와 압력결수 (pressure coefficient) β_V $\left(\equiv\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\right)$ 로 표시하면

$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_X=\frac{P-T\beta_V}{C_V}$ 임을 보여라.

(라) $P(T,V)=\frac{RT}{V-b}-\frac{a}{V^2}$ 로 기술되는 Van der Waals 기체가 부피가 ΔV ($\ll V$) 커지는 자유불음 할때 온도 변화는?

7. 부피 V 인 그릇 속에 들어있는 고전적인 이상기체를 생각하자. 이 계는 절대온도 T 로 유지되고, 기체분자의 질량은 m, 수는 N 이다.

(가) 이 계의 분배함수 (partition function) 은

$Z=\frac{V^N}{N!}\left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{3N/2}$ 으로 주어짐을 보여라. 여기서 플랑크 상수 h는 위상공간 (phase space) 의 체적의 단위라고 생각할 수 있고, k_B는 Boltzmann 상수,

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{a}}$ 이다.

(나) (가)의 분배함수에 $\frac{1}{N!}$ 이 필요한 이유를 설명하라.

(다) 이 기체의 분자당 평균에너지를 (가)의 결과로 부터 구하라.

(라) 이 기체의 상태방정식을 (가)의 결과로 부터 구하라.